

ریاضی

برائے طلباء و طالبات

درجہ متوسط

8



تنظیم المدارس اہل سنت پاکستان

ریاضی

برائے طلباء و طالبات

درجہ متوسطہ

تنظیم المدارس اہلسنت پاکستان

ریاضی کی کتاب کے جملہ حقوق
تنظیم المدارس اہلسنت پاکستان
محفوظ ہیں۔

پبلشرز

تنظیم المدارس اہلسنت (پاکستان)

8- راوی پاک راوی روڈ لاہور پاکستان

042-37731045

تناسب
(Proportion)

❖ مرکب تناسب کا تصور

پچھلی جماعت میں ہم یکھ چکے ہیں کہ

دو نسبتوں کی برابری کو تناسب کہتے ہیں۔

اگر چار مقداریں a, b, c اور d تناسب میں ہوں تو ان کو یوں لکھتے ہیں

$$a : b :: c : d$$

یہ دراصل دو نسبتوں $a:b$ اور $c:d$ کا باہمی تعلق ہوتا ہے۔

تناسب کی مندرجہ ذیل دو قسمیں ہیں۔

(i) تناسب راست (ii) تناسب معکوس

4.1 تناسب راست (Direct Proportion)

اگر دی ہوئی دو نسبتیں اس طرح ہوں کہ ایک تناسب کی مقدار کے بڑھنے سے یا کم ہونے سے دوسری نسبت کی مقدار بھی اسی نسبت سے بڑھے یا کم ہو تو ان نسبتوں کے درمیان قائم ہونے والے تناسب کو تناسبِ راست کہتے ہیں۔ اس تناسب میں

$$a:b :: c:d$$

51

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

15

مثال:

حل:

رقم بڑھ رہی ہے
اور انڈوں کی تعداد بھی بڑھ رہی ہے

$x =$ فرض کیا انڈوں کی تعداد

قیمت : قیمت :: اللہ : اللہ

$$12 : x :: 28 : 21$$

$$\frac{12}{x} = \frac{28}{21}$$

$$x \times 28 = 12 \times 12$$

$$x = \frac{12 \times 21}{28}$$

انڈے = 9

4.2 تناسب معکوس (Inverse Proportion)

دو نسبتوں کا ایسا تعلق جس میں ایک نسبت کی مقدار بڑھنے سے دوسری نسبت کی مقدار اسی تناسب سے کم ہو رہی ہو تو ایسی نسبتوں کے درمیان قائم ہونے والے تناسب کو تناسب معکوس کہتے ہیں۔

اس تناسب میں ایک نسبت دوسری نسبت کے معکوس کے برابر ہوتی ہے۔

یعنی چار مقداریں a, b, c, d اگر تناسب معکوس میں ہوں تو

$$\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$$

تناسب معکوس کی وضاحت درج ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال:

ایک گھر میں 10 آدمیوں کے لیے 21 دن کی خوراک موجود ہے اگر 3 آدمی چلے جائیں تو وہی خوراک

کتنے دنوں کے لئے کافی ہوگی؟

حل: 10 آدمیوں میں سے 3 آدمی چلے گئے تو باقی آدمیوں کی تعداد $10 - 3 = 7$ ہو گئی۔

← { آدمیوں کی تعداد کم ہوگی تو
راشن زیادہ دنوں کے لیے کافی ہوگا

فرض کیا دنوں کی مطلوبہ تعداد X ہے۔

دن	آدمی
21	10
X	7

$$\frac{x}{21} = \frac{10}{7}$$

$$x = \frac{10 \times 21}{7} 30 \text{ دن}$$

پس راشن 30 دنوں کے لیے کافی ہوگا۔

4.3 تناسب مرکب (Compound Proportion)

دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے باہمی تعلق کو تناسب مرکب کہتے ہیں۔ تناسب مرکب سے متعلق سوالات حل کرنے کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں کی مدد سے کی جاتی ہے۔

مثال 1:

اگر 35 مزدور 5 گھنٹے میں 805 مکعب سینٹی میٹر زمین کھود لیتے ہیں تو بتائیں کہ 30 مزدور 6 گھنٹے میں کتنے مکعب سینٹی میٹر زمین کھود لیں گے؟

←	تناسب راست	{	مزدوروں کی تعداد کم ہوگی زمین کی کھدائی بھی کم ہوگی کام کا وقت زیادہ ہوگا کام کی مقدار بھی زیادہ ہوگی
←	تناسب راست		

فرض کیا زمین کی کھدائی $x \text{ cm}^3$ ہو تو

مزدور	گھنٹے	cm^3
35 ↑ 30	5 ↑ 6	805 ↑ x

$$\frac{x}{805} = \frac{6}{5} \times \frac{30}{35}$$

$$x = \frac{6}{5} \times \frac{30}{35} \times 805$$

$$x = 6 \times 6 \times 23$$

$$x = 828 \text{ cm}^3$$

مثال 2:

8000 روپے 4 افراد کے ایک گھنٹے کے لیے 40 دن کے لئے کافی ہیں۔ اسی حساب سے 15000 روپے

میں کتنے دن تک 5 افراد کا گزارہ ہو سکے گا؟

حل:

←	تناسب راست	{	روپوں کی تعداد بڑھ رہی ہے دنوں کی تعداد بھی بڑھ رہی ہے افراد کی تعداد بڑھ رہی ہے دنوں کی تعداد کم ہو رہی ہے
←	تناسب معکوس		

X = فرض کیا دنوں کی تعداد

دن	افراد	روپے
40 ↑ x	4 ↓ 5	8000 ↑ 15000

$$\frac{x}{40} = \frac{4}{5} \times \frac{15000}{8000}$$

$$x = \frac{40 \times 4 \times 15000}{5 \times 8000}$$

$$x = 60 \text{ دن}$$

مشق 4

1. 12 کو نٹل سامان کا کرایہ 18 کلو میٹر سفر کے لیے 20 روپے ہو تو 8 کو نٹل سامان کا کرایہ 20 کلو میٹر سفر کے لیے کتنا ہوگا؟
2. 12 میٹر لمبی دیوار 14 معمار 12 دن میں بنا سکتے ہیں۔ 120 میٹر لمبی دیوار کو 7 دن میں کتنے معمار بنائیں گے؟
3. 1440 آدمیوں کے پاس 32 دن کی خوراک موجود تھی۔ کتنے آدمی چلے جائیں کہ وہی خوراک 40 دن کے لیے کافی ہو جبکہ راشن فی کس $1\frac{1}{2}$ کنا کر دیا جائے؟ (اشارہ: راشن کی نسبت میں پہلا رکن 1 اور دوسرا رکن $3/2$ ہے)
4. 15 مشینیں 6 دن چلنے سے 360 سوئیر تیار کرتی ہیں۔ 3 مشینیں خراب ہو جائیں تو باقی مشینیں 10 دن میں چلا کر کتنے سوئیر بنے جاسکتے ہیں؟
5. 30 آدمی 6 گھنٹے روزانہ کام کر کے ایک سڑک 56 دن میں مرمت کرتے ہیں۔ بتائیں 45 آدمی 7 گھنٹے روزانہ کام کر کے اتنی ہی لمبی سڑک کتنے دنوں میں مرمت کریں گے؟
6. اگر 60 عورتیں 8 گھنٹے روزانہ کام کر کے 48 کلو گرام کپاس چن لیتی ہوں تو 30 عورتیں 12 گھنٹے روزانہ کام کر کے کتنی کپاس چن لیں گی؟
7. اگر 8 میٹر لمبے اور 3 میٹر چوڑے قالین کی قیمت 1572 روپے ہو تو 12 میٹر لمبے اور 6 میٹر چوڑے قالین کی قیمت کیا ہوگی؟
8. اگر 15 کاریگر 9 دنوں میں 20,250 روپے کمائیں تو 10 کاریگر 12 دنوں میں کتنے روپے کمائیں گے؟
9. 70 آدمی 150 میٹر لمبی دیوار 12 دن میں بنا لیتے ہیں۔ اسی حساب سے 600 میٹر لمبی دیوار 30 دن میں کتنے آدمی بنا لیں گے؟
10. ایک چرواہے کو 18 مویشی 6 ہفتے تک چرانے کے عوض 2700 روپے ادا کیے جاتے ہیں۔ اسے 24 مویشی 8 ہفتے چرانے کے لیے کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟
11. ایک ٹھیکیدار نے ایک عمارت 30 دن میں بنانے کا ٹھیکہ لیا اور 20 آدمی کام پر لگائے۔ 10 دن میں کام کا صرف $1/4$ حصہ ختم ہوا۔ وہ کتنے آدمی اور لگائے کہ کام پورے وقت پر ختم ہو جائے؟

معروضی سوالات

1- درست/غلط بیانات

درست بیانات کے سامنے "T" اور غلط کے سامنے "F" لکھیے۔

- (i) دو نسبتوں کی برابری نسبت کھلاتی ہے۔
- (ii) اگر a, b, c, d تناسب راست میں ہوں تو $bc=ad$ ۔
- (iii) دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے آپسی تعلق کو مرکب تناسب کہتے ہیں۔
- (iv) دو نسبتوں کی برابری تناسب کھلاتی ہے۔
- (v) تناسب کے لیے علامت "∴" استعمال ہوتی ہے۔
- (vi) دو مقداروں میں نسبت کو ظاہر کرنے کے لیے علامت "∴" استعمال ہوتی ہے۔
- (vii) تناسب معکوس میں ایک نسبت دوسری نسبت کے ضربی معکوس کے برابر نہیں ہوتی۔
- (viii) $a:b$ کو $\frac{a}{b}$ کے برابر نہیں کہا جاسکتا۔
- (ix) کتابوں کی تعداد اور ان کی قیمت میں تناسب معکوس ہوگا۔
- (x) آدمیوں کی تعداد اور خوراک کی مقدار میں تناسب معکوس ہوگا۔

2- تکمیل سوالات

خالی جگہ موزوں الفاظ/اعداد سے پر کیجیے۔

- (i) $\frac{a}{b}$ کو نسبت کی صورت میں _____ لکھتے ہیں۔
- (ii) اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ تو a, b, c, d تناسب _____ میں ہوں گے۔
- (iii) مرکب تناسب دو یا دو سے زیادہ _____ کے درمیان تعلق ہے۔
- (iv) ایک نسبت کی مقدار کے زیادہ ہونے سے دوسری نسبت کی مقدار اسی تناسب سے کم ہو تو ایسا تناسب _____ کہلاتا ہے۔
- (v) اگر 20 آدمی ایک دیوار کو 5 دنوں میں بناتے ہوں تو 10 آدمی اسی دیوار کو _____ دنوں میں بنائیں گے۔

یونٹ V

جذر (Square Root)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

- ❖ قدرتی اعداد کا جذر المربع معلوم کرنا
 - ❖ ایسی کسور عام اور کسور اعشاریہ کا جذر المربع معلوم کرنا جو مکمل مربع ہوں
 - ❖ غیر ناطق اعداد کا تصور
 - ❖ 2, 3, 2.5 وغیرہ جیسے نامکمل مربع اعداد کا جذر المربع معلوم کرنا
- ہم پچھلی جماعت میں پڑھ چکے ہیں کہ کسی عدد کا جذر ایک ایسا عدد ہے جس کا مربع دیا ہوا عدد ہو۔ جذر کے لیے علامت $\sqrt{\quad}$ استعمال کی جاتی ہے۔ جذر المربع کے لیے صرف جذ کا لفظ بھی استعمال کیا جاتا ہے۔

5.1 قدرتی اعداد کا جذر المربع بذریعہ تقسیم معلوم کرنا

(Finding square root of Natural Numbers by Division Method)

پچھلی جماعتوں میں ہم نے تجزی کی مدد سے چھوٹے اعداد کا جذر معلوم کرنا سیکھا۔ اس طریقہ سے بڑے اعداد کا جذر معلوم کرنا آسان نہیں۔ آئیے اب بڑے اعداد کا جذر معلوم کرنے کے لیے ایک اور طریقہ دیکھتے ہیں اسے تقسیم کا طریقہ کہتے ہیں۔ کسی قدرتی عدد کا جذر معلوم کرنے کے لیے:

- (i) عدد میں دیے گئے ہندسوں کے دائیں سے بائیں دو دو کے جوڑے بنائیے (اگر ہندسوں کی تعداد جفت ہوگی تو مکمل جوڑے بن جائیں گے اور اگر ہندسوں کی تعداد طاق ہوگی تو بائیں طرف آخر میں ایک ہندسہ رو جائے گا۔ ایسا عدد تلاش کیجیے جس کا مربع بائیں طرف سے آخری جوڑے یا ہندسے کے برابر یا اس سے کم ہو۔
- (ii) باقی کا طریقہ کار نیچے دی گئی مثال میں واضح کیا گیا ہے۔
- (iii)

	25
2	$\overline{625}$
	$-4 \downarrow \downarrow$
45	$\overline{225}$
	-225
	0

مثال 1: 625 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

$41 \times 1 = 41$
$42 \times 2 = 84$
$43 \times 3 = 129$
$44 \times 4 = 176$
$45 \times 5 = 225$

حل:

$$\sqrt{625} = 25$$

اس لیے

3- کثیر الانتخابی سوالات

ہر سوال کے 4 ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں صحیح جواب کے لیے استعمال ہونے والے حرف سوال کے سامنے دی گئی خالی جگہ پر لکھیے۔

- (i) اگر a, b, c اور d تناسب راست میں ہوں تو _____
(a) $ac=cd$ (b) $ad=bc$ (c) $a+b=c+d$ (d) $ab=cd$
- (ii) اگر a, b, c اور d تناسب معکوس میں ہوں تو _____
(a) $ac=bd$ (b) $ad=bc$ (c) $a+b=c+d$ (d) $ab=cd$
- (iii) اگر 3, 4, 6 اور x تناسب راست میں ہوں تو x کی قیمت ہوگی _____
(a) 3 (b) 4 (c) 6 (d) 8
- (iv) اگر 3, 5, x اور 9 تناسب معکوس میں ہوں تو x کی قیمت ہوگی _____
(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 15
- (v) اگر 3, a, b, 5 تناسب راست میں ہوں تو ab کی قیمت ہوگی _____
(a) 3 (b) 5 (c) 15 (d) 8

4- مختصر جوابی سوالات (خود کریں)

مندرجہ ذیل سوالوں کے مختصر جواب دیجیے۔

- i. تناسب راست کی تعریف کیجیے۔
- ii. تناسب معکوس کی تعریف کیجیے۔
- iii. تناسب کی تعریف کیجیے۔
- iv. تناسب مرکب کی تعریف کیجیے۔
- v. 30 آدمی ایک کام کو 9 دنوں میں کریں تو 10 آدمی اسی کام کو کتنے دنوں میں کریں گے۔

مثال 2:

$$1\frac{11}{25} = \frac{36}{25}$$

$$\sqrt{1\frac{11}{25}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}}$$

$$= \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

مثال 3: $28\frac{4}{9}$ کا جذر معلوم کریں۔

$$28\frac{4}{9} = \frac{256}{9}$$

$$\sqrt{\frac{256}{9}} = \frac{\sqrt{256}}{\sqrt{9}}$$

$$= \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$$

دیکھ معلومات

$$\left. \begin{aligned} n \text{ ہندسی عدد کے جذر میں ہندسوں کی تعداد} \\ n \text{ گم ایکٹ جفت عدد ہو} \\ n \text{ گم ایکٹ طاق عدد ہو} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{n}{2} \text{ گم ایکٹ جفت عدد ہو} \\ \frac{n+1}{2} \text{ گم ایکٹ طاق عدد ہو} \end{aligned}$$

کیا آتا سکتے ہیں؟

5 ہندسی عدد کے جذر میں کتنے ہندسے ہوں گے؟

6 ہندسی عدد کے جذر میں کتنے ہندسے ہوں گے؟

مشق 5.2

مندرجہ ذیل کسور کا جذر معلوم کریں۔

- | | | | |
|----------------------|------------------------|-------------------------|---------------------------|
| 1. $\frac{144}{255}$ | 2. $\frac{169}{256}$ | 3. $\frac{784}{841}$ | 4. $\frac{1024}{1225}$ |
| 5. $2\frac{34}{81}$ | 6. $6\frac{1}{4}$ | 7. $5\frac{41}{64}$ | 8. $12\frac{24}{25}$ |
| 9. $9\frac{67}{121}$ | 10. $1\frac{136}{225}$ | 11. $101\frac{92}{169}$ | 12. $2517\frac{196}{289}$ |

مثال 2: عدد 1024 کا جذر معلوم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r} 32 \\ 3 \overline{) 1024} \\ \underline{-9} \\ 124 \\ 62 \overline{) 124} \\ \underline{-124} \\ 0 \end{array}$$

$$\sqrt{1024} = 32$$

پس

مثال 3: عدد 15129 کا جذر معلوم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r} 123 \\ 1 \overline{) 15129} \\ \underline{-1} \\ 51 \\ 22 \overline{) 51} \\ \underline{-44} \\ 729 \\ 243 \overline{) 729} \\ \underline{-729} \\ 0 \end{array}$$

$$\sqrt{15129} = 123$$

پس

مشق 5.1

1. مندرجہ ذیل کے جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

- | | | |
|-------------|---------------|----------------|
| (i) 784 | (ii) 1225 | (iii) 2809 |
| (iv) 4225 | (v) 5184 | (vi) 7744 |
| (vii) 13689 | (viii) 29241 | (ix) 103041 |
| (x) 418609 | (xi) 10329796 | (xii) 30349081 |

5.2 کسور عام کا جذر (Square root of Common Fraction s)

ہم جانتے ہیں کہ کسر عام $\frac{a}{b}$ میں 4 شمار کنندہ اور 9 مخارج ہے۔

کسر عام کا جذر اسکے شمار کنندہ کے جذر کو مخارج کے جذر سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

اس لیے کسر عام کا جذر معلوم کرنے کے لیے ہم اسکے شمار کنندہ اور مخارج کے جذر علیحدہ علیحدہ معلوم کرتے ہیں۔

مثال 1: عدد $\frac{9}{16}$ کا جذر معلوم کریں

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}$$

$$= \frac{3}{4}$$

حل:

$41 \times 1 = 41$
$42 \times 2 = 84$
$43 \times 3 = 129$

$$\therefore \sqrt{0.05361} = 0.231$$

مثال 3: 0.204304 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

حل:

	0.452
	$\overline{0.204304}$
.4	$\begin{array}{r} - .16 \\ \hline .0443 \end{array}$
.85	$\begin{array}{r} - .0425 \\ \hline .001804 \end{array}$
.902	$\begin{array}{r} - .001804 \\ \hline 0 \end{array}$

$$\therefore \sqrt{0.204304} = 0.452$$

5.3 کسور اعشاریہ کا جذر معلوم کرنا

(Finding square Root of Decimal Fractions)

کسور اعشاریہ کا جذر معلوم کرنے کے لیے

- (i) صحیح عددی حصے کے ہندسوں کے جوڑے دائیں سے بائیں بنائیے۔
- (ii) نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف کے ہندسوں کے جوڑے بائیں سے دائیں بنائیے۔
- (iii) نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف مکمل جوڑے بنانے کے لیے "0" لگائیں۔
- (iv) نقطہ اعشاریہ کے بعد کا جوڑہ اتارنے سے پہلے حاصل تقسیم میں نقطہ اعشاریہ لگائیے۔
- (v) دو جوڑے ایک وقت اتارتے ہوئے حاصل تقسیم میں "0" لگائیے۔

مثال 1: 180.9025 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل:

	13.45
	$\overline{180.9025}$
1	$\begin{array}{r} -1 \\ \hline 80 \end{array}$
23	$\begin{array}{r} - 69 \\ \hline 11.90 \end{array}$
26.4	$\begin{array}{r} - 10.56 \\ \hline 1.3425 \end{array}$
26.85	$\begin{array}{r} - 1.3425 \\ \hline 0 \end{array}$

$1 \times 21 = 21$
$2 \times 22 = 44$
$3 \times 23 = 69$

$1 \times 2681 = 2681$
$2 \times 2682 = 5364$
$3 \times 2683 = 8049$
$4 \times 2684 = 10736$
$5 \times 2685 = 13425$

$1 \times 261 = 261$
$2 \times 262 = 524$
$3 \times 263 = 789$
$4 \times 264 = 1056$
$5 \times 265 = 1325$

مثال 2: 0.053361 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

حل:

	0.231
	$\overline{0.053361}$
.2	$\begin{array}{r} - .04 \\ \hline .0133 \end{array}$
.43	$\begin{array}{r} - .0129 \\ \hline .000461 \end{array}$
.461	$\begin{array}{r} - .000461 \\ \hline 0 \end{array}$

مشق 5.3

مندرجہ ذیل کسور اعشاریہ کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

- | | | |
|-----------------|----------------|-------------|
| 1. 0.3249 | 2. 0.5184 | 3. 10.24 |
| 4. 0.0676 | 5. 1402.5025 | 6. 20.5209 |
| 7. 648.7209 | 8. 23746129 | 9. 2981.16 |
| 10. 7613.609536 | 11. 0.00868624 | 12. 32.7184 |

5.4 غیر ناطق عدد کا تصور (Concept of an Irrational Number)

پچھلی کلاس میں ہم غیر ختم متوالی کسر اعشاریہ کے بارے میں پڑھ چکے ہیں مثلاً $\frac{2}{3} \approx 0.6666...$

ایک غیر ختم متوالی کسر اعشاریہ میں ہندسوں کا ایک گروپ اسی ترتیب سے بار بار آتا ہے۔ اب ہم غیر ختم غیر متوالی کسر اعشاریہ کے بارے میں دیکھتے ہیں۔

ایسی کسر اعشاریہ جس میں نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف ہندسوں کی تعداد نہ تو ختم ہو رہی ہو اور نہ ہی ہندسوں کا کوئی گروپ اسی ترتیب سے بار بار آ رہا ہو 'ایک غیر متوالی غیر ختم کسر اعشاریہ' کہلاتی ہے۔ اس قسم کے اعداد غیر ناطق اعداد کہلاتے ہیں۔ مثلاً $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ وغیرہ۔

مثال 1: 2 کا جذر معلوم کریں۔

حل:

	1.4142135...
1	2.000000000
	-1.000000000
2.4	1.000000000
	-0.960000000
2.81	0.040000000
	-0.028100000
2.824	0.011900000
	-0.011296000
	0.000604000

ہم دیکھتے ہیں کہ 2 کا جذر معلوم کرنے کے عمل میں

(i) تقسیم کا عمل لامتناہی ہے یعنی کسی بھی مرحلے پر باقی "0" نہیں پڑتا۔

(ii) نقطہ اعشاریہ کے بعد ہندسوں کا کوئی گروپ اسی ترتیب سے بار بار نہیں آ رہا جیسا کہ ناطق اعداد کی صورت میں ہوتا ہے۔

مثلاً $\frac{2}{3} = 0.6666...$

$$\frac{22}{7} = 3.1428571428571 \dots \dots \dots$$



اگر کسی عدد کا مربع عدد X نہ ہو تو \sqrt{X} ایک غیر ناطق عدد ہوتا ہے۔

مثال 2: 2.5 کا جذر معلوم کیجیے۔

حل:

	1.58.....
1	2.500000000
	-1.500000000
2.5	1.000000000
	-1.250000000
3.08	0.250000000
	-0.246400000
3.16	0.003600000

$$\sqrt{2.5} = 1.58$$

اس قسم کے اعداد کا جذر نکالنے وقت حاصل تقسیم کو چند مراتب اعشاریہ تک محدود کر دیا جاتا ہے۔ یہاں پر ہم 3 مراتب اعشاریہ تک جواب معلوم کریں گے۔
ذہن میں رکھیے:

کسی عدد کے جذر کو تین مراتب اعشاریہ تک محدود رکھنے کے لیے حاصل تقسیم میں نقطہ اعشاریہ کے بعد تین ہندسوں تک تقسیم کا عمل کیا جاتا ہے۔ چوتھا ہندسہ اگر 5 سے کم ہو تو اسے حذف کر دیا جاتا ہے اور اگر 5 یا 5 سے بڑا ہو تو تیسرے ہندسے میں 1 جمع کر کے چوتھا ہندسہ حذف کر دیا جاتا ہے

$$\sqrt{2} = 1.4142135 \dots \dots \approx 1.414$$

$$\sqrt{7} = 2.64575 \dots \dots \approx 2.646$$

مثال 3: 0.257960 کا جذر تین مراتب اعشاریہ تک معلوم کریں۔

حل:

اس کسر اعشاریہ میں صرف کسری حصہ ہے اور اس کا جذر تین مراتب اعشاریہ تک معلوم کرنا ہے۔ اس لیے اس کے کسری حصے میں تین جوڑے بائیں سے دائیں طرف بنائیں گے۔

0.5078

5	0.25796000
	-0.25000000
1.007	0.00796000
	-0.00704900
1.0148	0.00091100
	-0.00081184
	9916

$$\sqrt{0.257960} \approx 0.508$$

پس

مشق 5.4

مندرجہ ذیل کا جذر تین مراتب اعشاریہ تک معلوم کریں۔

1.	2	2.	3	3.	5
4.	7	5.	11	6.	5.3

مندرجہ ذیل کا جذر دو مراتب اعشاریہ تک معلوم کریں۔

7.	3.6	8.	6.4	9.	28.9
10.	64.34	11	816.081	12.	36.008

5.5 جذر کے متعلق عبارتیں سوالات

مثال 1: 1225:1 طلباء ایک میدان میں اس طرح کھڑے ہوئے ہیں کہ ہر قطار میں اتنے ہی طلباء ہیں جتنی قطاریں ہیں۔ ہر قطار میں طلباء کی تعداد معلوم کریں۔

حل: چونکہ قطار میں طلباء کی تعداد اتنی ہی ہے جتنی قطاروں کی تعداد ہے۔ اس لیے 1225 کا جذر معلوم کرنا ہے۔

$$\begin{array}{r} 35 \\ 3 \overline{) 1225} \\ \underline{-9} \\ 325 \\ \underline{-325} \\ 0 \end{array}$$

اس قطار میں طلباء کی تعداد 35 ہوگی۔

مثال 2: ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 18432 مربع میٹر ہے۔ کھیت کی چوڑائی اس لمبائی سے آدمی ہے اس کا احاطہ معلوم کریں۔

حل: چونکہ اس کی چوڑائی کھیت کی لمبائی سے آدمی ہے۔ اس لیے یہ مستطیل دو برابر مربعی علاقوں میں تقسیم کی جاسکتی ہے۔

$$\frac{18432}{2} = 9216$$

$$9216 = \text{مربع میٹر}$$

چوڑائی



چوڑائی

اس کھیت کے ضلع کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے ہم 9216 کا جذر معلوم کریں گے۔ لمبائی [چوڑائی چوڑائی]

اس لیے مربعی علاقہ کے ہر ضلع کی لمبائی 96 میٹر ہوگی۔
 $= 96 \times 2$
 $= 192$ میٹر
 $= 2(192 + 96)$
 $= 2(288) = 576$ میٹر

مستطیلی کھیت کا احاطہ

$$\begin{array}{r} 96 \\ 9 \overline{) 9216} \\ \underline{-81} \\ 1116 \\ \underline{-1116} \\ 0 \end{array}$$

مشق 5.5

1. ایک مربعی کھیت کا رقبہ 14400 مربع میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔

2. ایک مربعی کھیت کا رقبہ 422500 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد بار لگانے کے لیے کتنی تار کی ضرورت ہوگی؟

3. ایک باغبان 122500 درخت اپنے کھیت میں اس طرح لگانا چاہتا ہے کہ قطاروں کی اتنی ہی تعداد جتنی کے قطار میں درختوں کی تعداد ہے۔ وہ ایک قطار میں کتنے درخت لگائے گا؟

4. ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 10092 مربع میٹر ہے۔ اس کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی کا تین گنا ہے۔ اس کھیت کا احاطہ معلوم کریں۔

5. ایک دائروی علاقہ کا رقبہ 616 مربع ڈیسی میٹر ہے۔ اس کا رداس معلوم کریں۔ (جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$)

6. ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 57800 مربع میٹر ہے۔ اگر اس کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی کا دو گنا ہو تو اس کھیت کے اضلاع کی لمبائیاں معلوم کریں۔

7. وہ چھوٹے سے چوٹا عدد معلوم کریں جس کو عدد 109087 میں سے تفریق کریں تو حاصل تفریق اکٹ مکمل مربع ہو۔

8. ایک دائروی میدان کو ہموار کرنے کا خرچ بحساب 25 پیسے فی میٹر 2200 روپے ہے۔ اس میدان کا رداس کیا ہوگا؟ (جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$)

9. ایک مربعی کھیت میں بل چلانے کا خرچ 2 روپے فی 100 مربع میٹر کے حساب سے 450 روپے بنتا ہے۔ اس کھیت کے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔

10. ایک مربعی لان کا رقبہ 62500 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد دائرہ لگانے کے لیے کتنی لمبی تار کی ضرورت ہوگی؟ تار کے لگانے کا خرچ بحساب 50 روپے فی میٹر کیا ہوگا؟

مطابقت کے سوالات

(iii)

کالم B کے جملوں سے مطابقت رکھنے والے کالم A کے جملوں کے متعلقہ نمبر کالم C میں خالی جگہ پر لکھیے۔

A	B	C
(i) $\sqrt{2.25}$	(a) 12	
(ii) $\sqrt{25 \times 4}$	(b) 5	
(iii) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$	(c) 1.125	
(iv) $\sqrt{\frac{9}{16}}$	(d) 1.25	
(v) $\frac{3\sqrt{9}}{\sqrt{64}}$	(e) 10	
(vi) $\sqrt{16 + 9}$	(f) 1.5	
(vii) $\sqrt{16 \times \sqrt{9}}$	(g) .75	

کثیر الانتخابی سوالات

4.

ہر سوال کے 4 ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں صحیح جواب کے لیے استعمال ہونے والے حرف سوال کے سامنے دی گئی جگہ پر لکھیے۔

625 کے جذر میں ہندسوں کی تعداد ہوگی۔

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

$\sqrt{16 \times 4}$ برابر ہوگا۔

- (a) 4 (b) 2 (c) 8 (d) 6

$\frac{\sqrt{1.96}}{100}$ برابر ہوگا۔

- (a) 0.0014 (b) 1.4 (c) 0.14 (d) 0.014

$\sqrt{1\frac{9}{16}}$ برابر ہوگا۔

- (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{7}{4}$ (c) $\frac{5}{4}$ (d) $\frac{4}{5}$

اگر ایک مربعی علاقہ کا رقبہ $64m^2$ ہو تو اس کا احاطہ ہوگا۔

- (a) 8m (b) 16m (c) 24m (d) 32m

معروضی سوالات

(i)

درست/غلط بیانات

درست بیانات کے سامنے "T" اور غلط بیانات کے سامنے "F" لکھیے۔

(i)

دو ہندسی اعداد کا جذر ایک ہندسی ہوتا ہے۔

(ii)

ایک ہندسی عدد کا جذر بھی ایک ہندسی ہوتا ہے۔

(iii)

1024 کا جذر تین ہندسی عدد ہوگا۔

(iv)

625 کا جذر دو ہندسی عدد ہوگا۔

(v)

کسی قدرتی عدد کا جذر معلوم کرنے کے لیے بائیں سے دائیں جوڑے بنائے جاتے ہیں۔

(vi)

کسی کسر عام کا جذر اس کے شمار کنندہ کے جذر کے برابر ہوتا ہے۔

(vii)

کسر عام کا جذر اس کے مخارج کے جذر کے برابر ہوتا ہے۔

(viii)

کسر عام کے جذر میں اس کے شمار کنندہ کا جذر شمار کنندہ اور مخارج کا جذر مخارج ہی رہتا ہے۔

(ix)

کسر اعشاریہ کا جذر معلوم کرنے کے لیے کسری حصے کے جوڑے بائیں سے دائیں بنائے جاتے ہیں۔

(x)

 $\sqrt{2}$ ایک ناطق عدد ہے۔

(ii)

تکمیلی سوالات

مندرجہ ذیل میں خالی جگہ پر کریں۔

(i)

625 کے جذر میں _____ ہندسے ہیں۔

(ii)

103041 کے جذر میں _____ ہندسے ہیں۔

(iii)

16x81 کے جذر میں _____ ہندسے ہیں۔

(iv)

 $\sqrt{\frac{9 \times 16 \times 9}{144}} =$ _____

(v)

 $\sqrt{1.69} =$ _____

(vi)

 $\sqrt{\frac{4}{9}} \times \frac{\sqrt{9}}{2} =$ _____

(vii)

 $\sqrt{\frac{169}{256}} =$ _____

(viii)

اگر کسی عدد کا مربع عدد x نہ ہو تو \sqrt{x} ایک _____ عدد ہے۔

(ix)

1.44 کا صحیح عددی حصہ _____ ہوگا۔

(x)

کسر اعشاریہ 0.666..... ایک _____ کسر اعشاریہ ہے۔

فیصد (Percentage)

یونٹ VI

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

❖ کمیشن کی صورت میں نفع و نقصان معلوم کرنا۔

❖ فروخت در فروخت کی صورت میں نفع و نقصان معلوم کرنا اور دہری فروخت میں موازنہ کرنا۔

❖ انشورنس کا تصور، زندگی کی انشورنس اور گاڑی وغیرہ کی انشورنس کے متعلق مسائل کا حل۔

❖ کل آمدنی و خالص آمدنی اور قابل ٹیکس آمدنی کا تصور۔

❖ کسی فرد کا انکم ٹیکس معلوم کرنا۔

پچھلی جماعتوں میں ہم فیصد اور نفع و نقصان کے سادہ مسائل حل کرنا سیکھ چکے ہیں۔

اس یونٹ میں ہم کمیشن کی صورت میں نفع و نقصان پر تھوڑے مشکل مسائل کا حل نکالیں گے اور

انشورنس اور انکم ٹیکس کے بارے میں بھی سیکھیں گے۔

6.1 نفع و نقصان (Profit and Loss)

ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{قیمت خرید} - \text{قیمت فروخت} = \text{خالص نفع}$$

$$\text{قیمت فروخت} - \text{قیمت خرید} = \text{نقصان}$$

$$\% \text{ نفع} = \frac{\text{خالص نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$\% \text{ نقصان} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$(vi) \sqrt{(25 - 16) \times 9} \text{ برابر ہوگا۔}$$

- (a) 3 (b) 5 (c) 4 (d) 9

$$(vii) \sqrt{8} \text{ ایک ایسا عدد ہے جو کہ}$$

- (a) جفت ہے (b) طاق ہے (c) ناطق ہے (d) غیر ناطق ہے

$$(viii) \frac{81}{4} \text{ کا جذر ایک ایسا عدد ہے جو کہ}$$

- (a) جفت ہے (b) طاق ہے (c) ناطق ہے (d) غیر ناطق ہے

$$(ix) \text{ مندرجہ ذیل میں سے کونسا عدد 0.75 کے برابر نہیں ہے؟}$$

- (a) $\frac{\sqrt{9}}{4}$ (b) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ (c) $\sqrt{9 \div 16}$ (d) $\sqrt{9 + 16}$

$$(x) \text{ مندرجہ ذیل میں سے کونسا عدد غیر ناطق ہے؟}$$

- (a) $\frac{3}{\sqrt{16}}$ (b) $\sqrt{\frac{18}{32}}$ (c) $\sqrt{16 \div 9}$ (d) $\sqrt{16 - 9}$

مثال: اگر اس نے ایک جائیداد 2,60,000 روپے میں خریدی اور 10 فیصد منافع پر بیچ دی اس کا خالص منافع معلوم کریں۔

حل:

$$\begin{aligned} \text{قیمت خرید} &= 260,000 \text{ روپے} \\ \text{نفع} &= 10\% \\ \text{نفع \%} &= \frac{\text{خالص نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100 \\ \text{خالص نفع} &= \frac{\text{نفع} \times \text{قیمت خرید}}{100} \\ &= \frac{260,000 \times 10}{100} = 26,000 \text{ روپے} \end{aligned}$$

6.2 کمیشن (Commission)

ہر تجارتی کمپنی اپنی مصنوعات دکانداروں یا کمیشن ایجنٹوں کے ذریعے فروخت کرتی ہے اور ان کو اپنی مصنوعات کی لکھی ہوئی قیمت پر مقررہ شرح فیصد کے حساب سے رعایت دیتی ہے۔ یہ رعایت کمیشن کہلاتی ہے۔ کمیشن کی ایک اور صورت بھی ہوتی ہے۔ جو کوئی ایجنٹ کسی پراپرٹی کو خریدنے والے اور بیچنے والے دونوں سے سودا طے کروانے کے عوض وصول کرتا ہے اور اس کی شرح خریدار، فروخت کار اور ایجنٹ تینوں کی باہمی رضامندی سے مقرر ہوتی ہے۔

مثال 1: ایک صنعت کار ایک دکاندار کو اپنی مصنوعات کی لکھی ہوئی قیمت پر 10% کمیشن دیتا ہے۔ نقد ادائیگی کی صورت میں ہتایا رقم پر 6% کمیشن دیتا ہے۔ جس چیز کی لکھی ہوئی قیمت 1500 روپے ہو تو دکاندار کو نقد ادائیگی کتنی کرنی پڑے گی؟

حل:

$$\begin{aligned} \text{روپے 1500} &= \text{لکھی ہوئی قیمت} \\ \text{روپے 150} &= \frac{10 \times 1500}{100} = 10\% \text{ کمیشن} \\ \text{روپے 1350} &= 1500 - 150 = \text{ہتایا رقم} \\ \text{روپے 81} &= \frac{6}{100} \times 1350 = \text{نقد ادائیگی پر مزید کمیشن} \\ \text{روپے 1350} &= 1350 - 81 = \text{نقد ادائیگی} \\ &= 1269 \text{ روپے} \end{aligned}$$

@ کو
"کی شرح ہے"
پڑھتے ہیں۔

مثال 2:

ایک پراپرٹی ڈیلر نے ایک مکان کا سودا 6,00,000 روپے میں طے کر دیا اور بیچنے والے اور خریدنے والے دونوں سے 1% کمیشن وصول کی۔ بتائیے بیچنے والے نے کیا قیمت حاصل کی؟ خریدار نے کتنی قیمت ادا کی؟ ڈیلر کو کتنی کمیشن ملی؟

حل:

$$\begin{aligned} \text{روپے 6,00,000} &= \text{مکان کی قیمت} \\ \text{روپے 6000} &= \frac{1 \times 6,00,000}{100} = 1\% \text{ ڈیلر کی کمیشن} \\ 6,00,000 - 6000 &= \text{فروخت کار کی رقم} \\ &= 5,94,000 \text{ روپے} \\ 6,00,000 + 6000 &= \text{خریدار کی ادا کردہ رقم} \\ &= 6,06,000 \text{ روپے} \\ 6000 + 6000 &= \text{ڈیلر کی کل کمیشن} \\ &= 12,000 \text{ روپے} \end{aligned}$$

کیونکہ ڈیلر نے دونوں طرف سے 1% کمیشن کائی

مشق 6.1

- ایک فیکٹری کا مالک اپنی مصنوعات کی لکھی ہوئی قیمت پر دوکانداروں کو 15% کمیشن دیتا ہے۔ نقد ادائیگی کی صورت میں ہتایا رقم پر 6% کمیشن دیتا ہے ایک چیز کی قیمت 1200 روپے لکھی ہو تو دکاندار کتنی قیمت ادا کرے گا؟
- ایک چیز کی لکھی ہوئی قیمت 500 روپے ہے۔ اگر اس پر 15% کمیشن ہو تو کمیشن کی رقم معلوم کیجیے اور رعایتی قیمت بھی معلوم کیجیے۔
- ایک اخبار فروش نے ایک ماہ میں 10800 روپے کے اخبار فروخت کیے اور 1620 روپے کمیشن حاصل کی کمیشن کی شرح فیصد معلوم کریں۔
- ایک کمیشن ایجنٹ نے ایک مکان 3,50,000 روپے میں فروخت کر دیا اور اس نے خریدار اور فروخت کار دونوں سے 2% کے حساب سے کمیشن وصول کی فروخت کار کو کتنی رقم ملی۔ خریدار نے کتنی رقم ادا کی؟ اور ایجنٹ کو کتنی رقم ملی؟
- اسلم ایک دوکان پر سیلز مین ہے۔ اس کی تنخواہ 2500 روپے ماہانہ ہے۔ اسے 1% کمیشن اس کی سیل پر ملتا ہے اگر اس نے ایک ماہ میں 4,50,000 روپے کا سامان فروخت کیا ہو تو اس کی اس ماہ کی کل آمدنی معلوم کریں۔

بیمہ پالیسی بڑھاپے یا معذوری کے لیے بھی خریدی جاسکتی ہے۔

پر بیمہ کی رقم بیمہ دار کی آمدنی کے 10 فیصد سے لے کر 50 فیصد تک ہو سکتی ہے۔

ذیل میں ماہانہ، سہ ماہی، اور سالانہ پر بیمہ کی رقم طے کرنے کے بارے میں مثال دی گئی ہے۔

مثال 1: ایک بیمہ دار جس کی عمر نزدیک ترین سالگرہ پر 30 سال ہے۔

فرض کیا اس کی پالیسی کی کل رقم 1,00,000 روپے ہے۔

سالانہ پر بیمہ کی رقم کل رقم 4.842 فیصد ہے۔

ششماہی پر بیمہ کی رقم سالانہ پر بیمہ کا 52 فیصد ہے۔

سہ ماہی پر بیمہ کی رقم سالانہ پر بیمہ کا 27 فیصد ہے۔

ماہانہ پر بیمہ کی رقم سالانہ پر بیمہ کا 9 فیصد ہے۔

$$\text{روپے } 4842 = \frac{4.842}{100} \times 100,000 = \text{پہلا سالانہ پر بیمہ بشرح } 4.842\%$$

$$\text{روپے } 250 = \frac{.25}{100} \times 100,000 = \text{پالیسی فیس بشرح } 0.25\%$$

$$\text{روپے } 5092 = \text{سالانہ پر بیمہ}$$

بعض اوقات پالیسی فیس کی حد مقرر کردی جاتی ہے مثلاً یہ زیادہ سے زیادہ 200 روپیہ ہوگی۔ جس کا مطلب یہ

ہوگا کہ اگر کل رقم کا 0.25% رقم 200 روپے سے زیادہ بھی ہوگا تو بھی 200 روپے ہی ادا کرنا ہوگا۔

فرض کیا کہ پالیسی فیس 250 روپے کی بجائے 200 روپیہ ہی ہے تو نیچے دی گئی مثال میں

$$= 4842 + 200$$

$$\text{روپے } 5042 =$$

$$= \frac{52}{100} \times 5042 = 2621.84$$

$$\text{روپے } 2622 \approx$$

$$= \frac{27}{100} \times 5042 = 1361.134$$

$$\text{روپے } 1361 \approx$$

$$= \frac{9}{100} \times 5042 = 453.78$$

$$\text{روپے } 454 \approx$$

6. ایک ایجنٹ نے ایک زمیندار کی 1,20,000 روپے کی گندم فروخت کی اور 5% کمیشن کاٹی۔ ایجنٹ کو کتنی رقم ملی؟

7. ایک صنعت کار 15000 روپے کی سیل پر 15% کمیشن دیتا ہے اور 15000 سے زیادہ جتنی سیل ہو اس پر 20% کمیشن دیتا ہے۔ ایک ایجنٹ نے 26500 روپے کی اشیاء فروخت کیں۔ اس کو کتنی کمیشن ملی؟

8. ایک ایجنٹ نے حمزہ کا پلاٹ رشید کے ہاتھ 11,00,000 روپے کا بیچا اور پھر رشید کو 10% منافع دے کر عمر کے ہاتھ بیچا اگر وہ اپنا کمیشن ہر مرتبہ 1 1/2% سے کٹے تو فروخت در فروخت میں اس نے کتنے روپے کمائے؟ حمزہ کو کیا ملا؟ رشید کو کتنی رقم ملی؟ عمر نے کتنی رقم ادا کی؟

9. انور نے ایک زمیندار کے چاول بیچنے پر 12% کمیشن وصول کیا اگر اس نے 10,05,600 روپے کے چاول بیچے ہوں تو اس کی کمیشن کی رقم بتائیے۔

6.3 بیمہ (انشورنس) کا تصور (Concept of Insurance)

انشورنس دو پارٹیوں کے درمیان ایک ایسا سمجھوتہ ہے جس میں ایک آدمی یا ایک پارٹی کسی کمپنی کو ماہانہ، سہ ماہی یا سالانہ اقساط کی صورت میں کچھ رقم چوری، نقصان یا حادثاتی اموات جیسے خطرات کے پیش نظر ادا کرتی ہے۔ جبکہ انشورنس کمپنی حادثاتی موت، نقصان یا طے کردہ مخصوص مدت کے پورے ہونے کی صورت میں مقررہ کردہ رقم واپس کر دیتی ہے۔

یہ سمجھوتہ بیمہ پالیسی (Insurance Policy) کہلاتا ہے

اقساط اس کا پریمیم (Premium) کہلاتی ہیں۔

طے کردہ مخصوص مدت، تکمیلی مدت (Maturity period) کہلاتی ہے۔

کمپنی مقرر کردہ مدت پوری ہونے کی صورت میں پوری ادا کردہ رقم کے ساتھ منافع بھی ادا کرتی ہے جو کہ بونس (Bonus) کہلاتا ہے۔ انشورنس مختلف قسم کی ہوتی ہے۔ کچھ اقسام کے بارے میں یہاں پڑھتے ہیں۔

مثال کے طور پر

(i) زندگی کا بیمہ (Life Insurance)

(ii) گاڑی یا جائیداد کا بیمہ (Vehicle or Property Insurance)

(i) زندگی کا بیمہ

زندگی کے بیمہ میں پارٹیوں کے درمیان تکمیلی مدت طے ہو جاتی ہے جس کے ختم ہونے پر کمپنی کو وصول کردہ رقم بمعہ منافع اور بونس بیمہ دار کو ادا کرنی ہوتی ہے یا پھر اچانک موت یا حادثہ کی صورت میں ادا کرنی ہوتی ہے۔



پالیسی کا پریمیم اور تکمیل مدت دونوں ہی بیمہ کردار نے والے کی عمر کے لحاظ سے کمپنی کے قوانین کے تحت جامد ہوتے ہیں۔ عمومی طور پر جیسے بیمہ دار کی عمر بڑھتی ہے تکمیلی مدت میں اسی شرح سے کمی ہوتی رہتی ہے۔

آئیے اب مثال پر جو کہ زندگی کی بیمہ پالیسیوں کی افادیت کو ظاہر کرتی ہے پر غور کرتے ہیں۔

مثال 2:

بیمہ دار کی عمر بوقت انشورنس	= 30 سال
تکمیل مدت	= 25 سال
پالیسی کی رقم	= 100,000 روپے
شرح پریمی	= 3.78%
پہلا پریم	= $\frac{3.78}{100} \times 100,000 = 3780$ روپے
پالیسی فیس بشرح 2%	= $\frac{2}{1000} \times 100,000 = 200$ روپے
خاندان کی آمدنی کا معاہدہ بشرح 0.557%	= $\frac{0.557}{100} \times 100,000 = 557$ روپے
کل ادا شدہ رقم	= 4537 روپے

خاندان کی آمدن کے معاہدہ کی صورت میں بیمہ دار کو کچھ اضافی پریمیم کمپنی کے قوانین کے مطابق ادا کرنا پڑتا ہے۔ بیمہ دار کی ایکٹ سال کی مدت میں فونگی کی صورت میں اس کے خاندان کو اضافی ادا شدہ پریمیم کی بنا پر مندرجہ ذیل رقم کی ادائیگی کی جائے گی۔

رقم پالیسی	= 100,000 روپے
بونس بشرح 4.2%	= 4,200 روپے
	<hr/>
	104,200 روپے

مندرجہ بالا رقم کے علاوہ خاندان کو 10,000 روپے سالانہ 24 سال تک ملتے رہیں گے۔

پس کل رقم جو بیمہ دار کے خاندان کو ملے گی۔

$$\text{روپے } 3,44,200 = \text{روپے } 2,40,000 + \text{روپے } 1,04,200$$

جبکہ اس نے صرف 4537 روپے ادا کیے۔

بصورت دیگر پالیسی کی تکمیلی مدت کی صورت میں اس کو مندرجہ ذیل پالیسی کی رقم کی ادائیگی ہوگی۔

$$\text{پالیسی کی رقم کی شرح سے} = \text{Rs } 100,000$$

$$\text{بونس } 4.2\% \text{ کی شرح سے } 25 \text{ سال کے لیے} = \text{Rs } \frac{4.2}{100} \times 100,000 \times 25$$

$$= \text{Rs } 4200 \times 25$$

$$= \text{Rs } 105000$$

$$\text{تکمیلی بونس } 1.4\% \text{ کی شرح سے } 20 \text{ سال کے لیے} = \text{Rs } \frac{1.4}{100} \times 100000 \times 20$$

$$= \text{Rs } 28,000$$

$$\text{اختتامی بونس } 1.5\% \text{ کی شرح سے } 20 \text{ سال کے لیے} = \text{Rs } \frac{1.5}{100} \times 100,000 \times 20$$

$$= \text{Rs } 30,000$$

$$\text{خاندان کی آمدنی بونس } 20 \text{ سال کے لیے} = \text{Rs } \frac{0.75}{100} \times 100,000 \times 20$$

$$= \text{Rs } 15,000$$

$$\text{کل رقم جو بیمہ دار کو ملے گی} = \text{Rs } (100,000 + 105,000 + 28,000 + 30,000 + 15,000)$$

$$= \text{Rs } 278,000$$

$$\text{جبکہ بیمہ دار نے پریمیم کی صورت میں جو رقم ادا کی} = 4537 \times 25 = \text{Rs } 113425$$

نوٹ: بونس کئی قسم کے ہوتے ہیں۔ جیسے اختتامی بونس، خاندان کی آمدنی کا بونس وغیرہ جن کی شرح مختلف کمپنیوں نے مختلف رکھی ہوتی ہے۔ یہ تمام منافع کی قسمیں ہیں۔

مشق 6.2

1. ریہیم کی رقم مندرجہ ذیل شرحوں کے مطابق معلوم کی جاتی ہے۔

پالیسی رقم کا 4.5% = سالانہ ریہیم

پالیسی فیس پالیسی رقم کا 0.25% +

یا زیادہ سے زیادہ 200 روپے

سالانہ پر ریہیم کا 52% = ششماہی پر ریہیم

سالانہ پر ریہیم کا 27% = سہ ماہی پر ریہیم

سالانہ پر ریہیم کا 09% = ماہانہ پر ریہیم

پس پر ریہیم کی رقم کے لیے مندرجہ ذیل جدول مکمل کریں۔ یہ بھی بتائیے کہ اس نے کمپنی کو کل کتنی رقم ادا کی؟

رقم پالیسی	سالانہ پر ریہیم	ششماہی پر ریہیم	سہ ماہی پر ریہیم	ماہوار پر ریہیم
(i) 50,000 روپے				
(ii) 100,000 روپے				
(iii) 1,50,000 روپے				
(iv) 2,00,000 روپے				

2- بیمہ دار کی دو سال کی مدت کے دوران فوجی کی صورت میں وہ رقم معلوم کریں جو اس کے لواحقین کو ملے گی۔

اگر 50,000 روپے = پالیسی کی رقم

4.2% = شرح پر ریہیم سالانہ

0.3% = شرح پالیسی فیس

0.6% = خاندان کی آمدنی کا معاہدہ

22 سال = تکمیلی مدت

4.5% = شرح بونس

اور 6000 روپے سالانہ کی آمدن کمپنی سے ملے پائی ہے۔

(ii) گاڑی پر اپرٹی کی انشورنس

بعض اوقات کچھ لوگ اپنی گاڑیوں اور جاہیداد کی انشورنس چوری، آگٹ یا حادثہ کی صورت میں نقصان کے ازالہ کے لیے کرداتے ہیں۔ اٹانے کی کل قیمت یا جزوی قیمت پر کسی پر ریہیم کی شرح فیصد سے کمشنی کے قوانین کی روشنی میں کسی خاص مدت کے لیے بیمہ کرو لیا جاتا ہے۔



پر ریہیم سالانہ کی بنیاد پر لیا جاتا ہے۔

آئیے اب گاڑیوں اور اپرٹی کی انشورنس کے متعلق کچھ سوالات حل کریں۔

مثال 1:

ایک شخص نے اپنی گاڑی کی انشورنس 3.6% سالانہ شرح سے کروائی۔ اس نے پہلے پر ریہیم کے طور پر 12206 روپے ادا کیے۔ اس کی گاڑی کی مالیت معلوم کریں جبکہ اس نے 200 روپے بطور سروس چارج ادا کیے۔

مثال 3:

ایک جائیداد کی مالیت 500,000 روپے اس کی انشورنس 5 فیصد کے حساب سے 6 سال کے لیے کروائی۔ اس کی مالیت میں 10% سالانہ کمی ہوتی ہے اگر دو سال کے بعد جائیداد تباہ ہو جائے تو بیمہ دار کتنے نقصان سے بچ گیا؟

حل:

$$\begin{aligned}
 \text{جائیداد کی قیمت} &= 500,000 \text{ روپے} \\
 \text{پر بیمہ کی شرح} &= 5\% \\
 \text{تعمیلی مدت} &= 6 \text{ سال} \\
 \text{پہلا پر بیمہ} &= \frac{5}{100} \times 500,000 = 25000 \text{ روپے} \\
 \text{مالیت میں کمی} &= \frac{10}{100} \times 500,000 \text{ روپے} = 50,000 \\
 \text{کم شدہ مالیت} &= (500,000 - 50,000) \text{ روپے} = 450,000 \\
 \text{دوسرا پر بیمہ} &= \frac{5}{100} \times 450,000 \text{ روپے} = 22500 \\
 \text{پر بیمہ کے طور پر ادا کی گئی کل رقم} &= (25000 + 22500) \text{ روپے} \\
 &= 47500 \text{ روپے} \\
 \text{کلیم کی رقم} &= 500,000 \text{ روپے} \\
 \text{نقصان میں بچت} &= (500,000 - 47500) \text{ روپے} \\
 &= 452500 \text{ روپے}
 \end{aligned}$$

حل:

$$\begin{aligned}
 \text{روپے X} &= \text{فرض کیا گاڑی کی کل مالیت} \\
 \text{روپے 12206} &= \text{کل رقم بطور پر بیمہ ادا کی} \\
 \text{روپے 200} &= \text{رقم جو سروس چارج کے طور پر ادا کی} \\
 \text{روپے -200} &= \text{پر بیمہ کی بجایا رقم} \\
 &= 12006 \\
 &= 12006 \\
 &= \frac{12006 \times 100}{3.6} \\
 &= \frac{12006 \times 100 \times 10}{3.6} \\
 \text{روپے 333,500} &= \text{پس کار کی قیمت}
 \end{aligned}$$

نوٹ: عام طور پر سر دس چار جز بھی پر بیمہ میں شامل ہوتے ہیں۔ لیکن یہاں پر ہم سر دس چار جز کے بغیر والی پالیسیوں پر بحث کریں گے۔

مشق 6.3

1. فاروق نے ایک انشورنس پالیسی برائے گاڑی مالیتی 8,50,000 روپے میں 4.25% سالانہ کی شرح سے برائے مدت 3 سال حاصل کی۔ وہ اس پر کتنا پر بیمہ ادا کرے گا اگر اس نے اس مدت کے دوران کوئی کلیم داخل نہ کیا ہو جبکہ مالیت میں کمی 10% ہے؟

2. فرقان نے ایک گاڑی مالیتی 7,50,000 روپے میں خریدی۔ اس نے اس کی انشورنس 3.5 فی صد سالانہ کی شرح سے 5 سال کے عرصہ کے لیے کروائی اس نے کل کتنی رقم گاڑی کی حفاظت کے طور پر ادا کی اگر اس نے مبلغ 100,000 روپے نقصان کے معاوضے کے طور پر وصول کیے ہوں جبکہ مالیت میں کمی 10% سالانہ ہے؟

3. فریال نے اپنی گاڑی کی ایک انشورنس پالیسی 3.25% سالانہ کی شرح سے 3 سال کی مدت کے لیے کروائی۔ اس کا پہلا پر بیمہ 26000 روپے ہے۔ اس کی گاڑی کی مالیت کیا ہوگی؟ اس کا دوسرا اور تیسرا پر بیمہ بھی معلوم کریں۔

4. عمر خیام نے اپنے گھر مالیتی 75,00,000 روپے کی انشورنس بشرح 2% سالانہ کے حساب سے عرصہ 4 سال کے لیے کروائی۔ اس نے عرصہ 4 سال میں کل کتنا پر بیمہ ادا کیا جبکہ مکان کی مالیت میں 10% سالانہ کے حساب سے کمی واقع ہوئی ہو؟

5. شفیق نے اپنی دکان کی انشورنس 3% سالانہ کے حساب سے عرصہ 3 سال کے لیے کروائی۔ جبکہ مالیت میں کمی کی شرح 5% ہے۔ اگر اس نے پہلا پر بیمہ 21000 روپے ادا کیا ہو تو اس کی دکان کی مالیت معلوم کریں۔ اگر اس نے دو سال بعد 2000,000 روپے کا کلیم وصول کیا ہو تو اسے کتنی مالیت کا فائدہ حاصل ہوا؟

6. عمران نے ایک چالو کاروبار 10,00,000 میں خریدا۔ اس نے اس کو 2.5% کی شرح سے عرصہ 4 سال کے لیے انشورنس کروایا۔ 3 سال کے بعد اس نے 500,000 روپے کا کلیم وصول کیا۔ عمران نے نقصان کے ازالہ کے طور پر ادا شدہ پر بیمہ کے مقابلہ میں کتنا فائدہ حاصل کیا؟

6.4 کل آمدن (Gross Income)

کل آمدن سے مراد ایسی آمدن ہے جو ایک شخص مختلف مدات مثلاً تنخواہ الاؤنس، خصوصی تنخواہ وغیرہ کے مجموعے کے طور پر ایک سال کے عرصے کے دوران وصول کرتا ہے۔

6.5 خالص آمدن (Net Income)

خالص آمدن وہ آمدن ہے جو کل آمدن میں سے بہبود فنڈ، زکوٰۃ، کوئی اور چھوٹ وغیرہ کی رقم منہا کر کے حاصل ہوتی ہے۔

6.6 ٹیکس (Tax)

ٹیکس وہ رقم ہے جو حکومت عوام سے ان کو دفاع، تعلیم، ہسپتال، سڑکیں، پارکس وغیرہ کی سہولیات بہم پہنچانے کے لیے وصول کرتی ہے۔

ٹیکس کی مختلف اقسام ہیں مثلاً انکم ٹیکس، پراپرٹی ٹیکس، دولت ٹیکس وغیرہ۔

6.7 انکم ٹیکس (Income Tax)

انکم ٹیکس ایک شخص کی آمدن ایک خاص حد سے بڑھنے پر لگایا جاتا ہے انکم ٹیکس کی شرح کے قوانین حکومت وقتانہ قیام جاری کرتی رہتی ہے۔

آمدن کی کچھ مدات کو حکومت وقت انکم ٹیکس سے مستثنیٰ قرار دیتی ہے۔ مثلاً الاؤنس، ہاؤس رینٹ، ریٹنٹ (چھوٹ)، خصوصی تنخواہ وغیرہ۔

ریٹنٹ وہ رقم ہے جس پر ٹیکس کی چھوٹ ہوتی ہے
ریٹنٹ خالص آمدن = قابل ٹیکس آمدن

انکم ٹیکس معلوم کرنے کا طریقہ درج ذیل مثال سے واضح کیا گیا ہے۔

مثال 1:

انکم ٹیکس کی رقم معلوم کریں اگر ایک شخص کی ماہوار آمدنی 6500 روپے ہو۔ جبکہ ٹیکس کی شرح 5% اور ریٹنٹ کی رقم 50,000 روپے ہو۔

حل:

ماہوار آمدنی	=	روپے 6500
سالانہ آمدنی	=	روپے 6500 × 12 = 78,000
ٹیکس میں ریٹنٹ	=	روپے 50,000
قابل ٹیکس آمدن	=	78000 - 50000
	=	روپے 28,000
انکم ٹیکس 5% کی شرح سے	=	$\frac{5}{100} \times \frac{28000}{1}$
	=	روپے 1400
		پس 1400 روپے بطور انکم ٹیکس ادا کیا جائے گا۔

پاکستان کے ایک مالی سال کے بجٹ میں تجویز کردہ انکم ٹیکس کا ٹیبل

شرح ٹیکس	سالانہ آمدنی
0%	80,000 تک قابل ٹیکس آمدنی
7.5%	80,000 سے 150,000 تک قابل ٹیکس آمدنی
12.5%	150,000 سے 300,000 تک قابل ٹیکس آمدنی
20%	300,000 سے 400,000 تک قابل ٹیکس آمدنی
25%	400,000 سے 700,000 تک قابل ٹیکس آمدنی
35%	700,000 سے اوپر قابل ٹیکس آمدنی



جتنی آمدنی پر ٹیکس 0 ہے وہ ریپیٹ ہے۔

مثال 2: ایک شخص کا انکم ٹیکس 12.5% کی شرح سے معلوم کریں۔ جس کی خالص سالانہ آمدنی 1,78,000 روپے ہے جبکہ ٹیکس میں ریپیٹ 80,000 روپے ہو۔
حل:

$$\begin{aligned}
 \text{روپے } 178,000 &= \text{سالانہ آمدنی} \\
 \text{روپے } 80,000 &= \text{ٹیکس میں ریپیٹ} \\
 \text{روپے } 98,000 &= 178,000 - 80,000 = \text{قابل ٹیکس آمدنی} \\
 \text{روپے } 12,250 &= \frac{12.5}{10 \times 100} \times \frac{98,000}{1} = \text{انکم ٹیکس } 12.5\% \text{ کی شرح سے}
 \end{aligned}$$

مثال 4: ایک شخص کی سالانہ آمدنی روپے 2,85,000 ہے۔ اس کا انکم ٹیکس معلوم کریں۔ اگر اس نے 7125 روپے بطور زکوٰۃ اور 2000 روپے دولت ٹیکس کے طور پر ادا کیے ہوں۔ جبکہ ریپیٹ کی رقم 80,000 روپے ہو جبکہ انکم ٹیکس کی شرح حسب ذیل ہو۔

پہلے 150,000 روپے پر ٹیکس 7.5%

150,000 روپے سے 300,000 روپے تک پر ٹیکس 12.5%

حل:

$$\begin{aligned}
 \text{روپے } 285,000 &= \text{کل سالانہ آمدنی} \\
 \text{روپے } 2,000 &= \text{دولت ٹیکس} \\
 \text{روپے } 7,125 &= \text{زکوٰۃ} \\
 \text{روپے } 285,000 - (2,000 + 7,125) &= \text{قابل ٹیکس آمدنی} \\
 &= \text{روپے } (285,000 - 9,125) \\
 &= \text{روپے } 275,875 \\
 \text{روپے } 80,000 &= \text{چھوٹ} \\
 \text{روپے } 195,875 &= 275,875 - 80,000 = \text{قابل ٹیکس آمدنی} \\
 \text{روپے } 5,250 &= \frac{7.5}{100} \times 70,000 = \text{پہلے } 70,000 \text{ پر ٹیکس} \\
 \text{روپے } 125,875 &= 195,875 - 70,000 = \text{بقایا قابل ٹیکس آمدنی} \\
 \text{روپے } 15,734.375 &= \frac{12.5}{100} \times 125,875 = \text{بقایا رقم پر ٹیکس} \\
 &= \frac{1}{8} \times 125,875 \\
 &= \text{روپے } 15,734.375 \\
 &= \text{روپے } 15,734 \text{ قریباً} \\
 \text{روپے } (5,250 + 15,734) &= \text{ٹیکس کی کل رقم} \\
 &= \text{روپے } 20,984
 \end{aligned}$$

تکمیل سوالات

- خالی جگہ موزوں ترین اعداد/ الفاظ سے پر کریں۔
- (i) منافع کی صورت میں قیمت فروخت قیمت خرید سے _____ ہوتی ہے۔
- (ii) نقصان کی صورت میں قیمت خرید قیمت فروخت سے _____ ہوتی ہے۔
- (iii) اگر ایک دکاندار 2 چیزوں کے بدلے 1 مفت دے تو خریدار کو _____ فی صد بچت ہوگی۔
- (iv) اگر ایک چیز کی درج شدہ قیمت 600 روپے پر رعایت 15% ہو تو رعایتی قیمت _____ ہوگی۔
- (v) اگر ایک دکاندار نے اصل قیمت 500 روپے کو کاٹ کر 450 روپے رعایتی قیمت درج کی ہو تو دکاندار نے _____ فی صد ریبیٹ دی۔
- (vi) بیمہ دار کی عمر بڑھنے کے ساتھ تکمیلی مدت میں _____ ہوتی ہے۔
- (vii) بیمہ دار کو گاڑی انشورنس پالیسی کے آخری سال میں _____ پر بیمہ ادا کرنا پڑتا ہے۔
- (viii) بیمہ دار کو انشورنس پالیسی کے پہلے سال کا _____ پر بیمہ ادا کرنا پڑتا ہے۔
- (ix) جائیداد کی خرید و فروخت میں مدد دینے والے شخص کو ادا کی گئی رقم _____ کہلاتی ہے۔
- (x) 5 لاکھ روپے میں فروخت ہونے والے مکان پر 2% کے حساب سے کمیشن ایجنٹ کو _____ روپے ملیں گے۔

2. مختصر جوابی سوالات (خود کریں)

- (1) پر بیمہ کی تعریف کریں۔
- (2) تکمیلی مدت کی وضاحت کریں۔
- (3) انکم ٹیکس کی تعریف کریں۔
- (4) خالص آمدن کی تعریف کریں۔
- (5) ریبیٹ کسے کہتے ہیں۔
- (6) انشورنس کی تعریف کریں نیز اس کی اقسام بیان کریں۔

4. کثیر الانتخابی سوالات

- ہر سوال کے 4 ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں صحیح جواب کے لیے استعمال ہونے والے حرف سوال کے سامنے دی گئی جگہ پر لکھیے۔
- (i) 100 کا 100 فی صد برابر ہوگا۔

- (a) 1 (b) 10 (c) 100 (d) 1000

مشق 6.4

- 1- مندرجہ ذیل جدول کو مختلف آمدنی کے درجات کے مطابق مکمل کریں۔ جبکہ انکم ٹیکس مندرجہ بالا جدول میں دی گئی شرحوں کے مطابق معلوم کیا جائے گا۔

آمدنی	ماہانہ آمدنی	سالانہ آمدنی	ٹیکس چھوٹ	ریبیٹ 0.2%	قابل ٹیکس آمدنی	انکم ٹیکس
(i)	Rs 23530					
(ii)	Rs 17890					
(iii)	Rs 24500					
(iv)	Rs 12000					
(v)	Rs 10500					
(vi)	Rs 40,000					
(vii)	Rs 50,000					
(viii)	Rs 65,000					
(ix)	Rs 75,000					
(x)	Rs 100,000					

معروضی سوالات

- 1- درست/غلط بیانات
- درست بیانات کے سامنے "T" اور غلط بیانات کے سامنے "F" لکھیے۔
- (i) قیمت خرید - قیمت فروخت = خالص نفع
- (ii) منافع + قیمت خرید = قیمت فروخت
- (iii) $\text{خالص نفع} = \frac{\text{خالص نفع}}{\text{قیمت فروخت}} \times 100\%$
- (iv) $\text{نقصان} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100\%$
- (v) کسی شے کی ٹیکس ہوئی قیمت پر رعایت کمیشن کہلاتی ہے۔
- (vi) کمیشن ایجنٹ کسی جائیداد کی فروخت پر ایک ہی پارٹی سے کمیشن وصول کر سکتا ہے۔
- (vii) کسی گاڑی یا جائیداد کی زندگی کا بیمہ کرایا جاتا ہے۔
- (viii) بیمہ دار سے پہلا پر بیمہ صرف ایک ماہ کا لیا جاتا ہے۔
- (ix) مددگار کی تکمیل تک بیمہ دار نے اگر کوئی رقم واپس نہ لی ہو تو اس کی دی گئی رقم ضائع جاتی ہے۔
- (x) انکم ٹیکس خالص آمدنی پر ہی لگایا جاتا ہے۔

الجبرا (Algebra)

یونٹ VII

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

- ❖ خطوط وحدانی پر مشتمل الجبری کا اختصار
- ❖ الجبری جملوں کی قیمتیں معلوم کرنا
- ❖ درجہ 4 تک کی کثیر رقمیوں کی جمع و تفریق
- ❖ درجہ 4 تک کی کثیر رقمیوں کی ضرب
- ❖ درجہ 4 تک کی کثیر رقمیوں کی درجہ 2 تک کی کثیر رقمیوں پر تقسیم
- ❖ درج ذیل کلیات اخذ کرنا

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \quad (i)$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad (ii)$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad (iii)$$

❖ درج ذیل طرز کے الجبر جملوں کی تجزی کرنا

$$\star ka + kb + kc$$

$$\star a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$\star a^2 - b^2$$

$$\star x^2 \pm px \pm q$$

❖ دو متغیرات میں ایک درجی مساوات کا تصور

❖ دو متغیرات میں ایک درجی مساوات کی مترادف مساوات کا تصور

❖ ہمزاد مساواتوں کا حاصل

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$(a_1b_2 + a_2b_1 \neq 0) \quad \text{جبکہ}$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

❖ دو ہمزاد مساواتوں کے ذریعے روزمرہ زندگی سے متعلقہ سوالات حل کرنا

❖ کچھ جماعتوں میں ہم نے الجبری جملوں، ہم قسم اور غیر ہم قسم رقوم، آسان الجبر جملوں اور کثیر رقمیوں کی جمع و تفریق، ضرب اور تقسیم کے عوامل کرنا سیکھا۔

(ii) 20 کا جذر 20 برابر ہوگا۔

- (a) 20 (b) 40 (c) 4 (d) 10

(iii) 20 کے 20% کا 20% برابر ہوگا۔

- (a) 20 (b) 4 (c) 8 (d) 0.8

(iv) ایک پراپرٹی ڈیلر نے 15 لاکھ میں ایک مکان کا سودہ کروایا اور 1% دو طرفہ کمیشن ملے کی۔

- (a) 20,000 روپے (b) 30,000 روپے (c) 10,000 روپے (d) 15,000 روپے

(v) ایک فیکٹری کا مالک اپنی مصنوعات پر لکھی ہوئی قیمت پر دکانداروں کو 10% کمیشن دیتا ہے اور نقد ادائیگی کی صورت میں بقیہ 5% کمیشن دیتا ہے۔ ایک چیز کی قیمت 1000 روپے ہے۔ نقد ادائیگی پر اس کی قیمت

ہوگی۔

- (a) 855 روپے (b) 850 روپے (c) 800 روپے (d) 900 روپے

(vi) ایک پراپرٹی ڈیلر 100,000 روپے کی جائیداد کو 3 مرتبہ 1% کمیشن پر ہر گاہک کو 100,000 روپے میں ہی

فرخت کرے اور دونوں طرف سے کمیشن وصول کرے تو اس کی کل کمیشن ہوگی۔

- (a) 3000 (b) 6000 (c) 4000 (d) 5000

(vii) ایک دکاندار 4 چیزوں کے ساتھ ایک چیز مفت دے تو گاہک کو فائدہ ہوگا۔

- (a) 25% (b) 20% (c) 15% (d) 33%

$x+y$ اور $a+b$ کی آپس میں ضرب

مثال 1: جملہ $7x-(5x-4y)-6x+8y-5x$ کو مختصر کیجیے۔

حل: $7x-(5x-4y)-6x+8y-5x$

$$7x-(5x-4y)-6x+8y-5x = 7x(5x-4y)-x+8y$$

ایک جیسی رقوم اکٹھا کرنے سے

$$= 7x-(5x-4y)-x+8y$$

$$= 7x-5x+4y-x+8y$$

$$= (7-5-1)x+(4+8)y$$

$$= x+4y$$

مثال 2: جملہ $x-2y-[4x-6y\{3x-z+2(2x-4y-z)\}]$ کو مختصر کیجیے۔

حل: $x-2y-[4x-6y\{3x-z+2(2x-4y-z)\}]$

$$= x-2y-[4x-6y\{3x-z+2(2x-4y+z)\}]$$

$$= x-2y-[4x-6y\{3x-z+4x-8y+2z\}]$$

$$= x-2y-[4x-6y\{7x-z-8y\}]$$

$$= x-2y-[4x-6y\{7x-z+8y\}]$$

$$= x-2y-[-3x+2y-z]$$

$$= x-2y+3x-2y+z$$

$$= 4x-4y+z$$

مشق 7.1

مختصر کیجیے۔

- $5x-(7z-8y)-3x+5y-4z$
- $x-2y-(x-2z)\{2y-x-(2z+x)\}$
- $x-y-\{x-y-(x+y)-x-y\}$
- $a-2b\{2a-4b(3a+c)+(2a-b-5c)\}$
- $a^2-[a^2-\{a^2-(b^2-c^2+a^2)-b^2\}-b^2]$

آئیے اب ان کے بارے میں مزید دیکھیں۔

7.1 بریکٹ والے الجبری جملوں کا اختصار

(Simplifying Algebraic Expressions Involving Brackets)

جیسا کہ حساب میں بریکٹ اندرونی تمام رقوم ایک ہی مقدار کو ظاہر کرتی ہیں۔ اسی طرح الجبر میں جملوں کے اختصار کے لیے بریکٹوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

بریکٹ کی درج ذیل اقسام عام طور پر استعمال ہیں۔

1. قطعہ خط (Vinculum)
2. قوسی بریکٹ (Parenthesis) ()
3. دندے دار بریکٹ (Braces) { }
4. مربع بریکٹ (Square brackets) []

جس الجبری جملے میں بریکٹ لگے ہوں اسے مختصر کرنے کے لئے ضروری ہے کہ بریکٹ ہٹائے جائیں۔

بریکٹ ہٹانے کیلئے مندرجہ ذیل قوانین استعمال کیے جاتے ہیں۔

(i) اگر دو یا دو سے زیادہ قسم کے بریکٹ ہو تو اندرونی بریکٹ کو سب سے پہلے ختم کیا جائے گا۔ پس

پس ()، { } اور [] کو بالترتیب ختم کیا جاتا ہے۔

(ii) اگر کسی بریکٹ سے پہلے + کی علامت ہو تو جملہ میں کسی قسم کی تبدیلی کیے بغیر بریکٹ ہٹائے جاتے ہیں

$$\text{مثلاً } 3x^2 + (5x - x^3) = 3x^2 + 5x - x^3$$

(iii) اگر کسی بریکٹ سے پہلے - کی علامت ہو تو بریکٹ کے اندر ہر رقم کی علامت تبدیل (+ سے - اور - سے +) کر کے بریکٹ ہٹائے جاتے ہیں۔

$$\text{مثلاً } 2x^2 - (x - y) = 2x^2 - x + y$$

(iv) اگر کوئی مقدار بریکٹ سے پہلے لکھی ہو تو اس مقدار کو بریکٹ کے اندر ہر رقم سے ضرب دی جاتی ہے۔

$$\text{مثلاً } a(x+y) = ax + ay$$

(v) اگر دو بریکٹوں کے درمیان +، -، یا + میں سے کوئی بھی علامت نہ ہو تو اس کا مطلب ہے کہ دونوں

جملوں کو آپس میں ضرب دی جائے گی۔

$$\text{مثلاً } (a+b)(x+y) \text{ کا مطلب ہے۔}$$

مثال 3: اگر $x = -\frac{1}{4}$, $y = \frac{1}{3}$ اور $z = \frac{1}{2}$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: قیمتیں درج کرنے سے پہلے جملہ کو مختصر کریں گے۔

$$\frac{x^3y^3 + y^3z^3 + z^3x^3}{x^3y^3z^3} = \frac{x^3y^3}{x^3y^3z^3} + \frac{y^3z^3}{x^3y^3z^3} + \frac{z^3x^3}{x^3y^3z^3}$$

(1)

$$= \frac{1}{z^3} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3}$$

$$x = -\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x} = -4, y = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{y} = 3, z = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{z} = 2$$

اب $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$ اور $\frac{1}{z}$ کی قیمتیں (1) میں رکھتے ہیں

$$= 2^3 + (-4)^3 + 3^3$$

$$= 8 - 64 + 27 = -29$$

مشق 7.2

(i) اگر $x=3$, $y=2$ اور $z=1$ ہو تو مندرجہ ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $10xy + 6yz + 7zx$

(ii) $y^2 + z^2 - x^2 + 2yz$

(iii) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

(iv) $x(y+z) + y(z+x) + z(x+y)$

(v) $xy(yz+zx) + yz(zx+xy)$

(vi) $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$

(vii) $\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}$

(viii) $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{x^2}$

(xi) $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy + y^2}$

(x) $\frac{y^2 + z^2}{y^2 - z^2} \times \frac{2x}{3y - z}$

(ii) پہلے n قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کرنے کا فارمولا یہ ہے

$$s = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

اس فارمولا کی مدد سے

پہلے 149 قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کریں۔

(i) پہلے 100 قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کریں۔

(ii) پہلے 101 اعداد 101 سے 149 تک مجموعہ کیا ہوگا؟

(iii) ایک بند سلنڈر (سٹیلن) کی سطح کے رقبہ A کیلئے فارمولا $A = 2\pi r(r+h)$ ہے۔

جبکہ h اس سلنڈر کا بالترتیب رداس اور بلندی ہیں۔ چیل کے ایک بند ڈرم کی سطح کا رقبہ معلوم کریں جبکہ اس کا رداس 30 سم ہے

بلندی 80 سم ہے $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

6. $a[(2-a)\{3-(a-a^2)\} - a(a^2-a^3)]$

7. $-x\{3-(x-3-x)\} + \{x+(3-x-3)\}$

8. $3x^2 - 2(y^2 - x^2 - z^2) - 3\{(x^2 - y^2 + z^2) - x^2 - y^2\}$

9. $2x - 3\{[3x - (x-y-3)] + 5\{4x - 2(3y-4+x)\}\}$

10. $64 - 5[-13x - 7\{-19x + 4(17 \times 15 \times 6)\}]$

7.2 الجبری جملوں کی قیمتیں معلوم کرنا

(Evaluating Algebraic Expressions)

ایکٹ یا ایکٹ سے زیادہ متغیرات پر مشتمل الجبری جملہ میں متغیرات کی جگہ ان کی مخصوص قیمتیں (حقیقی اعداد) درج کیے جائیں تو حاصل ہونے والا عدد الجبری جملہ کی قیمت کہلاتا ہے۔

مثلاً اگر جملہ $2x+5$

میں $x=4$ رکھیں تو $2x+5=2(4)+5$

$$= 8+5=13$$

پس $x=4$ ہو تو جملہ $2x+5$ کی قیمت 13 ہے۔

مثال 1: اگر $x=3$ ہو تو جملہ x^2+2x+1 کی قیمت معلوم کریں۔

حل: جملہ میں x کی جگہ 3 رکھتے ہیں

$$x^2+2x+1=3^2+2(3)+1=9+6+1=16$$

پس $x=3$ ہو تو x^2+2x+1 کی قیمت 16 ہوگی۔

مثال 2: $3(1-x^2)-2\{x^3-(3-2x^2)\}$ کی قیمت معلوم کریں جبکہ $x=2$

حل: جملہ کو پہلے مختصر کریں گے۔

$$3(1-x^2)-2\{x^3-(3-2x^2)\} = -3+3x^2-2\{x^3-3+2x^2\}$$

$$= -3+3x^2-2x^3+6-4x^2$$

$$= -2x^3-x^2+3 \quad (1)$$

اب (1) میں $x=2$ درج کرنے سے

$$= -2x^3-x^2+3 = -2(2)^3-(2)^2+3$$

$$= -16-4+3 = -17$$

مثال 4:

$3x^4 - 3x^2 + 5x$ اور $x^4 - 2x^3 + 3x - 5$ کے مجموعہ میں سے $2x^4 + 3x^3 - 2$ کو تفریق کریں۔

حل:

$$\begin{aligned} & [(3x^4 - 3x^2 + 5x) + (x^4 - 2x^3 + 3x - 5)] - (2x^4 + 3x^3 - 2) \\ &= 4x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 8x - 5 - 2x^4 - 3x^3 + 2 \\ &= 4x^4 - 2x^4 - 2x^3 - 3x^3 - 3x^2 + 8x - 5 + 2 \\ &= 2x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 8x - 3 \end{aligned}$$

7.3 مشق

1۔ حل کیجیے۔

- (i) $(9x^3 - 5x^2y + 3xy^2 + y^3) + (-11x^3 + 7x^2y - 8xy^2 - 5y^3)$
(ii) $\left(\frac{1}{7}x^4 + \frac{3}{7}x^2 - 1\right) + \left(\frac{1}{6}x^3 + \frac{4}{7}x^2 - \frac{2}{7}x + \frac{8}{7}\right)$
(iii) $(y^3 - y^2 - 5) - (6y - y^2 + 9 + 5y^3) + (2y^3 - 7y - 4)$
(iv) $4x^4 - \{3x^2 + (2x - 3) - 5x^2 - 9(3x^2 + 5x)\}$
(v) $6 - x^2 - \{4x - 3(x^2 - 2) - 6x - 3\}$
(vi) $4x^4 - 3x^3 + [(2x - 1) - \{3x^2 + 5x - 2x\} + 2]$

(i) $x^3 + x^2 + x - 4$ میں سے $x^2 - x - 7$ کو تفریق کیجیے۔

(ii) $x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{7}{2}$ میں سے $\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{2}{3}$ کو تفریق کیجیے۔

3۔ x^4 میں سے تفریق کیجیے اور حاصل تفریق کو $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 6x + 1$ میں سے تفریق کریں۔

4۔ $7x^3 + 6$ کو $3ax + 12x^2 + 4$ اور $12x^2 + ax - 6x^2$ کے مجموعہ میں سے تفریق کیجیے۔

7.4 4 درجہ تک کی کثیر رقمیوں کی ضرب

(Multiplying two Polynomials of degrees up to 4)

دو کثیر رقمیوں کی ضرب کرتے وقت ایک کثیر رقمی کو ایک ہی رقم تصور کرتے ہوئے دوسری سے ضرب دیتے ہیں۔

7.3 4 درجہ تک کی کثیر رقمیوں کی جمع اور تفریق

(Adding and Subtracting Polynomials of degrees upto 4)

ہم دو درجہ تک کی کثیر رقمیوں کی جمع اور تفریق یکے چکے ہیں۔ اب ہم 4 درجہ تک کی کثیر رقمیوں کی جمع اور تفریق کے متعلق پڑھیں گے۔

مثال 1: $7x^3 + 5x^2 - 11x + 2$ اور $4x^3 - 3x^2 + 15x + 9$ کو جمع کریں۔

حل:

ہم دونوں کثیر رقمیوں کو عمودی شکل میں اوپر تلے لکھ کر جمع کرتے ہیں۔

$\begin{array}{r} 7x^3 + 5x^2 - 11x + 2 \\ + 4x^3 - 3x^2 + 15x + 9 \\ \hline 11x^3 + 2x^2 + 4x + 11 \end{array}$	<p>ہر قسم رقموں کے عددی سر جمع کیے جاتے ہیں اور عددی سرور کے مجموعہ سے متغیر کو ضرب دی جاتی ہے۔</p>
--	---

عملی کام میں جمع کا عمل افقی شکل میں انجام دینا زیادہ آسان ہے۔ مندرجہ بالا کثیر رقمیوں کو جمع کرنے کیلئے ہم ایک جیسی رقم کی گروہ بندی یوں کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} & (7x^3 + 5x^2 - 11x + 2) + (4x^3 - 3x^2 + 15x + 9) \\ &= (7x^3 + 4x^3) + (5x^2 + 3x^2) + (-11x + 15x) + (2 + 9) \\ &= (7 + 4)x^3 + (5 + 3)x^2 + (11 + 15)x + 11 \\ &= 11x^3 + 2x^2 + 4x + 11 \end{aligned}$$

یہ وہی جواب ہے جو ہم نے اوپر عمودی شکل کی جمع سے حاصل کیا۔

مثال 3: $2x^3 - 12x^2 + 9x - 2$ کو $9x^3 - 7x^2 + 5x + 1$ میں سے تفریق کریں۔

حل: عمودی صورت میں لکھنے سے

$\begin{array}{r} 9x^3 - 7x^2 + 5x + 1 \\ - 2x^3 + 12x^2 - 9x + 2 \\ \hline 7x^3 - 5x^2 - 4x + 3 \end{array}$	<p>تفریق ہونے والے جملے کی علامات تبدیل کر کے جمع کیا۔</p>
---	--

مشق 7.4

مختصر کیجیے۔

1. $(x+2y)(x^2-3y^2)$
2. $(4x^2-y^2)(5x+2y^2)$
3. $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
4. $(3-4x+x^2)(5x^2+x-2)$
5. $(x^3+4x^2-5x+1)(2x^2+x-1)$
6. $(ax^3+bx^2+cx+d)(px+q)$
7. $(4x^3-5x^2y+7xy^2-8y^3)(3x-5y)$
8. $(7x^3-x+11)(2x^2-9)$
9. $(5x^4+3x^2y^2-7xy+y^4)(5x-7y)$
10. $(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)(ax+by-cz)$
11. $(x^3+2x-5)(5x^3-2x^2+7x+4)$
12. $(5x^3-4x^2-3x+1)(-x^3+3x^2-1)$
13. $(3x^4+x^2-x+2)(5x^3+3x^2-2x-3)$
14. $(x^4+x^2y^2+y^4)(x^4-x^2y^2+y^4)$

7.5 4 درجہ تک کی کثیر رقمیوں کو 2 درجہ تک کی کثیر رقمیوں پر تقسیم کرنا

Dividing Polynomials (of degrees upto 4) by Polynomials (of degrees upto 2)

4 درجہ کثیر رقمی کی ایک درجہ یا دو درجہ کثیر رقمی پر تقسیم اسی طرح کی جاتی ہے جیسا کہ ہم ساتویں جماعت میں 3 درجہ کثیر رقمی کو ایک درجہ کثیر رقمی پر تقسیم کرنا سیکھ چکے ہیں۔

آئیے اس کا اعادہ کریں۔

مثال 1: $x^2-12x+20$ کو $x-2$ پر تقسیم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r} \frac{x^2}{x} = x \\ x(x-2) = x^2 - 2x \\ \underline{-10x} \\ \frac{x}{x} = -10 \\ -10(x-2) = -10x + 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x-10 \\ x-2 \overline{) x^2-12x+20} \\ \underline{+x^2+2x} \\ -10x+20 \\ \underline{+10x+20} \\ 0 \end{array}$$

اگر باقی میں تقسیم کنندہ سے کم درجے کی کثیر رقمی یا صفر آجائے تو تقسیم کا عمل رکت جاتا ہے

مثال 1: $x-1$ اور x^2+x+1 کا حاصل ضرب معلوم کریں۔

حل: ہم x^2+x+1 کو ایک ہی رقم تصور کریں گے۔

$$\begin{aligned} (x-1)(x^2+x+1) &= x(x^2+x+1) - 1(x^2+x+1) \\ &= x^3+x^2+x-x^2-x-1 \\ &= x^3-1 \end{aligned}$$

دو کثیر رقمیوں کو ضرب دینے کے لیے پہلی کثیر رقمی کی ہر رقم کو دوسری کثیر رقمی سے ضرب دیں اور ہر ایک ہٹا کر ایک جیسی رقم اکٹھی کریں۔

ضرب کا یہ طریقہ کثیر رقمیوں کے ضرب کی افقی شکل کہلاتا ہے۔

کثیر رقمیوں کی ضرب کا ایک اور طریقہ یہ کہ دونوں کثیر رقمیوں کو اوپر تلے رکھ کر ضرب دی جاتی ہے جیسا کہ نیچے دی گئی مثال میں کیا گیا ہے۔

مثال 3: $4x^4+3x^3+5x^2-1$ کو $5x^3-7x^2+3$ سے ضرب دیں

$$\begin{array}{r} 4x^4+3x^3+5x^2-1 \\ \times 5x^3-7x^2+3 \\ \hline 20x^7+15x^6+25x^5-5x^3 \\ -28x^6-21x^5-35x^4+7x^2 \\ \hline 12x^4+9x^3+15x^2-3 \\ \hline 20x^7-13x^6+4x^5-23x^4+4x^3+22x^2-3 \end{array}$$

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

- ❖ مسئلہ فیثاغورث کا بیان اس کا غیر رسمی ثبوت اور استعمال۔
- ❖ مناشی اور چوکوروی علاقہ کارقبہ معلوم کرنے کے لیے ہیر وفار مولانا کا بیان اور استعمال۔
- ❖ بیلن کی سطح کارقبہ اور بیلن کا حجم معلوم کرنا۔
- ❖ مخروط کی سطح کارقبہ اور مخروط کا حجم معلوم کرنا۔
- ❖ روزمرہ زندگی سے بیلن اور مخروط کے رقبہ اور حجم کے متعلقہ عبارتی سوالات۔

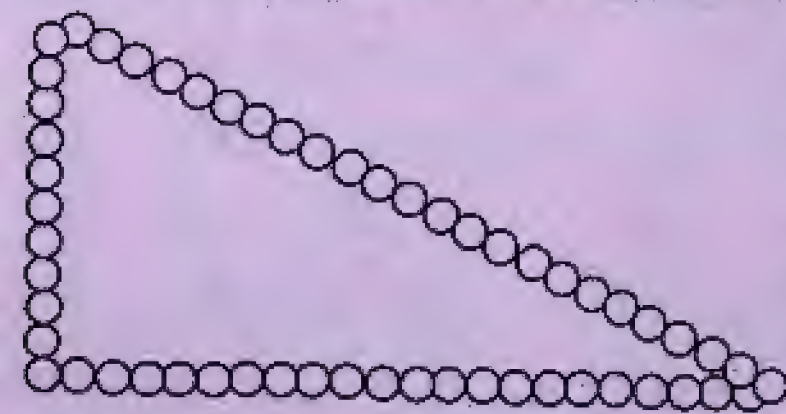
عمل تشکیل (Construction)

- ❖ ایک قطعہ خط کو دیے گئے چند برابر حصوں میں تقسیم کرنا۔
- ❖ ایک قطعہ خط کو دیے گئے چند نسبتی حصوں میں تقسیم کرنا۔
- ❖ ایسی مثلث بنانا جس کا احاطہ اور اضلاع کی مقداروں میں نسبت دی گئی ہو۔
- ❖ منظم، مخمس، مسدس، اور مشن کی تصور۔
- ❖ منظم، مخمس، مسدس اور مشن کی تشکیل۔
- ❖ مربع اور معین کے دتروں کی تعریف۔
- ❖ مربع اور معین کے دتروں کی خصوصیات۔
- ❖ مربع اور معین کی تشکیل، جبکہ ان کے دتروں کی مقداریں دی گئی ہوں۔

❖ مسئلہ فیثاغورث (Pythagorus Theorem)

مسئلہ فیثاغورث جیومیٹری میں بنیادی حیثیت کا حامل ہے۔ 2500 سال قبل ایک یونانی ریاضی دان

فیثاغورث نے دریافت کیا اس کی دریافت کا خیال اسے دریائے نیل کی چوڑائی کی پیمائش کے ایک خاص طریقے سے آیا۔ مصری دریائے نیل کی چوڑائی کی پیمائش ایک زنجیروں سے بنی ہوئی خاص قسم کی قائمہ الزاویہ مثلث کی مدد سے کرتے تھے۔ جس کے اضلاع میں 3:4:5 ہوتی تھی۔



مثال 2: $2x+3$ پر $8x^3+16x^2+8x+3$ تقسیم کریں۔

حل:

$$\begin{aligned} 8x^3 \div 2x &= 4x^2 \\ 4x^2(2x+3) &= 8x^3 + 12x^2 \\ 4x^2 \div 2x &= 2x \\ 2x(2x+3) &= 4x^2 + 6x \\ \frac{2x}{2x} &= 1 \\ 1(2x+3) &= 2x+3 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 4x^2+2x+1 \\ 2x+3 \overline{) 8x^3-16x^2+8x+3} \\ \underline{+8x^3+12x^2} \\ -4x^2+8x \\ \underline{+4x^2+6x} \\ 2x+3 \\ \underline{+2x+3} \\ 0 \end{array}$$

مشق 7.5

پہلے جملے کو دوسرے جملے پر تقسیم کیجیے۔

1. $(5x - 2x^2 + x^3 - 24) \div (x - 3)$
2. $(3x^3 + x - 2 + x^2) \div (3x - 2)$
3. $(6x^3 + 7x^2 + 5x + 2) \div (3x + 2)$
4. $(10x^3 - x^2 - 17x - 4) \div (5x + 2)$
5. $(12x^3 - 28x^2 + 13x - 3) \div (2x + 3)$
6. $(3x^4 + 13x^2 + 5) \div (3x^2 + 1)$
7. $(2x^3 - 2x^2 + 3x + 6) \div (x^2 - 1)$
8. $(x^4 - 1 + x) \div (x - 1)$
9. $(6x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x + 2) \div (3x^2 - 2x + 1)$
10. $(8x^4 + 14x^3y - 23x^2y^2 - 14xy^3 + 15y^4) \div (2x^2 + 3xy - 5y^2)$

7.6 فارمولے اخذ کرنا (Establishing Formulae)

فارمولے الجبرے میں انتہائی اہم کردار ادا کرتے ہیں ان کی مدد سے ضرب کا عمل کیے بغیر نتائج لکھے جاسکتے ہیں۔ جو فارمولے ہم اخذ کریں گے ان میں ضرب کا عمل ہوگا۔

آئیے ہم چند فارمولے اخذ کرتے ہیں۔

(a) فارمولا 1: $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$



ضلع a کے مربع کا رقبہ a^2 ہے
ضلع b کے مربع کا رقبہ b^2 ہے
ضلع c کے مربع کا رقبہ c^2 ہے

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ
ضلع c والے مربع کا رقبہ ضلع a اور
ضلع b والے مربعوں کے رقبوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔
پس ثابت ہوا $c^2 = a^2 + b^2$
 $(\text{قاعدہ})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{وتر})^2$

8.3 مسئلہ فیثاغورث کا استعمال

(Application of Pythagoras Theorem)

کسی قائمہ الزاویہ مثلث کے کوئی سے دو اضلاع کی لمبائیاں دی گئی ہوں تو مسئلہ فیثاغورث کا استعمال کرتے ہوئے ہم تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کر سکتے ہیں۔

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{یعنی}$$

$$a^2 = c^2 - b^2 \quad \text{تو}$$

$$b^2 = c^2 - a^2 \quad \text{اور}$$

مثال 1: سامنے دی گئی مثلث کی شکل میں ضلع \overline{AB} کی لمبائی معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا $x = \overline{AB}$

(مسئلہ فیثاغورث کی رو سے)

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad (\because m\angle C = 90^\circ)$$

$$\text{یہاں } c = x, a = 5\text{cm}, b = 12\text{cm}$$

$$x^2 = 5^2 + 12^2$$

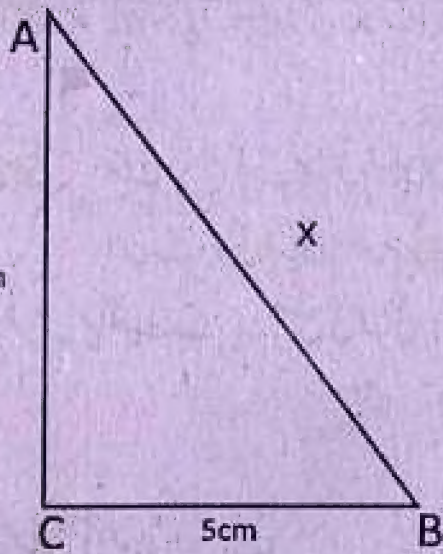
$$x^2 = 25 + 144$$

$$x^2 = 169$$

$$x = \sqrt{169} = 13\text{cm}$$

$$\overline{AB} = 13\text{cm}$$

پس



8.1 بیان مسئلہ فیثاغورث (Statement of Pythagoras Theorem)

کسی قائمہ الزاویہ مثلث ABC میں
اگر $m\angle C = 90^\circ$ اور اس کے قاعدہ، عمود اور وتر کی
مقداریں بالترتیب a, b, c ہوں تو
 $c^2 = a^2 + b^2$
 $(\text{قاعدہ})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{وتر})^2$
یاد رکھیے:

زاویہ قائمہ کے سامنے والا ضلع وتر کہلاتا ہے۔ زاویہ قائمہ کے
متصل اضلاع میں سے ایک کو قاعدہ اور دوسرے کو عمود کہتے ہیں

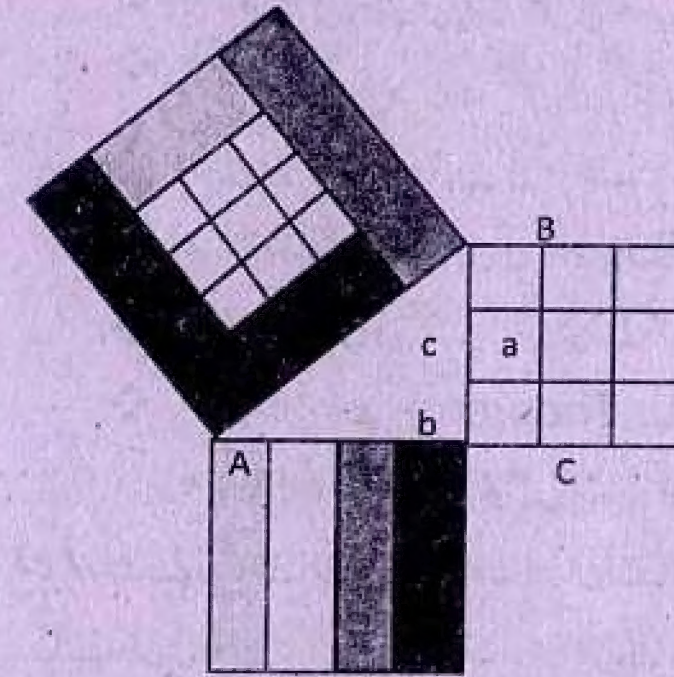
کیا آپ جانتے ہیں؟

اگر کسی مثلث کے اضلاع میں 3:4:5 ہو تو وہ قائمہ الزاویہ مثلث
ہوتی ہے لیکن اس کا معکوس بیان ہمیشہ درست نہیں ہوتا۔

8.2 مسئلہ فیثاغورث کا غیر رسمی ثبوت (Informal Proof of Pythagoras Theorem)

ہم اسے ایک سرگرمی کے ذریعے ثابت کریں گے۔

سرگرمی: سامان: گتہ۔ قینچی۔ رنگدار پنسلیں۔ بیانہ
مدارج عمل:



(i) ایک قائمہ الزاویہ مثلث ABC بنائیں جس میں

$$m\angle C = 90^\circ \text{ اور اس کے}$$

اضلاع کی لمبائیاں بالترتیب a, b, c اور c فرض

کریں (وتر کی لمبائی c ہوگی)

(ii) مثلث کے تینوں اضلاع پر دی گئی شکل کے مطابق

a, b, c اضلاع کے مربع بنائیے۔

(iii) چونکہ $a:b:c = 3:4:5$ لہذا a کو 3، b کو 4 اور c کو

5 برابر حصوں میں تقسیم کیجیے۔

(iv) دی گئی شکل کے مطابق مربعوں کو مستطیلی پیڑوں میں تقسیم کریں۔ اور ان پیڑوں میں مختلف رنگ بھر دیجیے۔

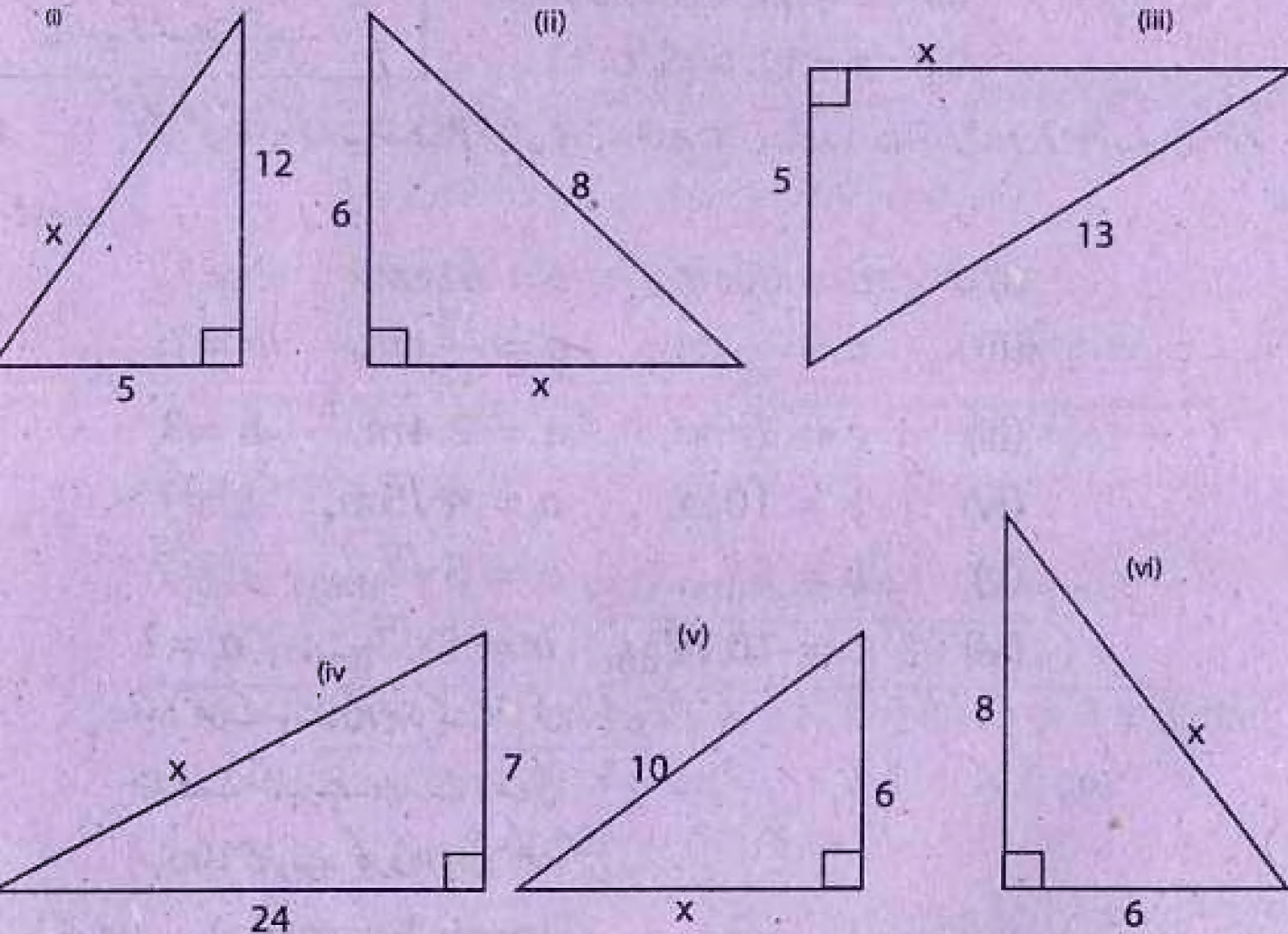
(v) اب قینچی لیجیے اور احتیاط سے a اور b ضلع والے مربعوں کو کاٹ لیجیے۔

(vi) اب b ضلع والے مربع کی مستطیلی پیڑیاں کاٹ لیجیے اور c ضلع والے مربع میں ضلع a والا مربع اور یہ مستطیلی

پیڑیاں دی گئی شکل کے مطابق سیٹ کر لیں۔

مشق 8.1

دی گئی قائمہ الزاویہ مثلثوں میں دو اضلاع کی لمبائی (سم) میں دی گئی ہے۔ ہر ایک میں تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کریں؟ (مثلثیں سکیل کے مطابق نہیں بنائی گئیں)



2. ایک مساوی الساقین قائمہ الزاویہ مثلث میں وتر کی لمبائی $98\sqrt{2}$ سم ہے۔ برابر (متماثل) ضلعوں کی لمبائی معلوم کریں۔

3. ایک میٹر لمبی میٹر دیوار کے ساتھ کھڑی کی گئی ہے۔ میٹر کا نچلا سر دیوار سے 6 میٹر دوزمین پر لگا ہوا ہے

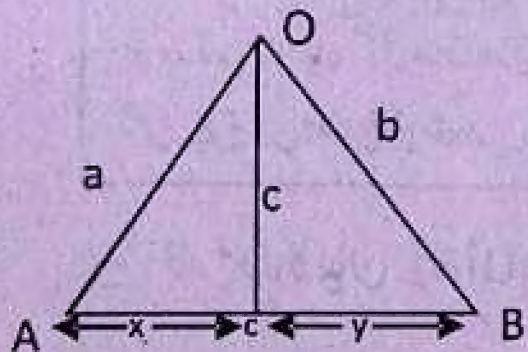
بتائیے کہ زمین سے اوپر کتنے فاصلہ پر میٹر کا اوپر والا سر دیوار کو چھو رہا ہے؟

4. ایک مثلث ABC جس میں

$m\angle C = 90^\circ$ ہے اور $m\overline{CA} = 7.2\text{ cm}$, $m\overline{BC} = 2.1\text{ cm}$ ہے۔ \overline{AB} کی لمبائی معلوم کریں۔

5. سامنے دی گئی شکل میں ثابت کریں۔

$$a^2 - x^2 = b^2 - y^2$$



مثال 3: ایک 2.5 میٹر لمبی میٹر دیوار سے لگائی گئی۔ اگر اس کا بالائی سر دیوار پر 2 میٹر کی بلندی تک پہنچے تو میٹر دیوار کے پائے کا دیوار سے فاصلہ معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا میٹر دیوار کے پائے کا دیوار سے فاصلہ x ہے

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے $c^2 = a^2 + b^2$, $m\angle C = 90^\circ$

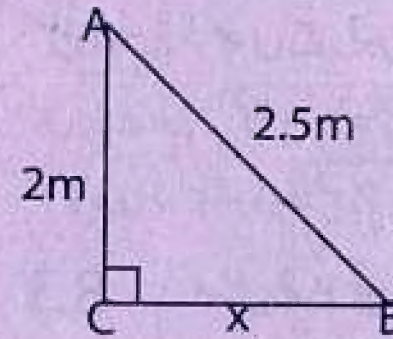
یہاں $c = 2.5\text{ m}$, $a = x$, $b = 2\text{ m}$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$\Rightarrow x^2 = (2.5)^2 - (2)^2 = 6.25 - 4$$

$$\Rightarrow x^2 = 2.25$$

$$\Rightarrow x = 1.5\text{ m}$$



مثال 4: ایک مستطیلی کھیت کا طول 20 میٹر اور اس کے وتر کی لمبائی 25 میٹر ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا کھیت کی چوڑائی x میٹر ہے۔

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$b^2 = a^2 + c^2, m\angle B = 90^\circ$$

$$b = 25\text{ m}, c = x, a = 20\text{ m}$$

$$(25)^2 = x^2 + (20)^2$$

$$x^2 = (25)^2 - (20)^2 = 625 - 400 = 225$$

$$x^2 = 225 \Rightarrow x = \sqrt{225}\text{ m} \Rightarrow x = 15\text{ m}$$

$$\text{مستطیلی کھیت کی چوڑائی} = 15\text{ m}$$

$$\text{مستطیلی کھیت کی لمبائی} = 20\text{ m}$$

$$\text{مستطیلی کھیت کا رقبہ} = \text{لمبائی} \times \text{چوڑائی} = 15\text{ m} \times 20\text{ m}$$

$$\boxed{\text{کھیت کا رقبہ} = 300\text{ m}^2}$$

مثال 5: ایک مربع کھیت کا رقبہ 14400 m^2 ہے۔

اس کے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے،

حل: فرض کیا کھیت کے ایک ضلع کی لمبائی x

$$\text{رقبہ} = x^2 = 14400\text{ m}^2$$

$$x = 120\text{ m}$$

فرض کیا وتر کی لمبائی c

$$c^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow c^2 = 2x^2$$

مسئلہ فیثاغورث کے رو سے

$$= 2 \times 14400\text{ m}^2 \Rightarrow c = \sqrt{2 \times 14400}\text{ m} \Rightarrow c = 120\sqrt{2}\text{ m}$$

فیض رضا پبلی کیشنز کی مطبوعات

اللہ تعالیٰ کے فضل و کرم سے ہمیں قرآن مجید کی اشاعت میں کئی منفرد اعزاز حاصل ہیں۔

- 1- تلاوت اور فہم قرآن مجید کو انتہائی آسان بنانے والا نسخہ لفظی اور بامحاورہ ترجمہ کیساتھ، مختلف رنگوں میں دستیاب ہے۔ اب قرآن حکیم پڑھنا مشکل نہیں رہا۔
- معمولی اُردو پڑھنے والے بھی آسانی سے قرآن حکیم کی تلاوت کر سکتے ہیں۔
- 2- حفاظ کرام کی آسانی کیلئے متشابہات کے ساتھ قرآن حکیم کی اشاعت۔

A translation of the Holy Quran -4 NOOR-UL-IRFAAN
in simple, idiomatic English with the English Translation of
KANZUL-IMAAN KANZUL-IMAAN

By:
Aqib Farid alQadri

By:
Moulana Mohammad Hoosain Mukaddam

- 5- القرآن الحکیم براہوی معنی کنز الایمان (براہوی زبان)
- 6- القرآن الحکیم فی ترجمۃ کنز الایمان (پشتو زبان)
- 7- بیاضی قرآن حکیم کی اشاعت کا منفرد اعزاز۔
- 8- مبتدی کیلئے جدید انداز میں مختلف رنگوں میں رحمانی قاعدہ تجویدی قواعد کیساتھ۔
- 9- شرح اسماء الحسنیٰ مع شرح اسماء المصطفیٰ ﷺ ایک کتاب میں یکجا۔
- 10- سیرت النبی ﷺ کی روشنی میں مصطفائی معاشرہ کی تشکیل۔ (مقالات سیمینار)
- 11- نبی اکرم ﷺ کے اسوۂ حسنہ اور تعلیمات کی روشنی میں احترام آدمیت۔ (مقالات سیمینار)
- 12- حضرت امام اعظم ابوحنیفہ رحمۃ اللہ علیہ کی فقہی بصیرت اور اسلامی معاشرہ کی تشکیل جدید۔ (مقالات سیمینار)
- 13- نفحات سیرت پروفیسر ڈاکٹر اسحاق قریشی
- 14- نفحات تصوف پروفیسر ڈاکٹر اسحاق قریشی
- 15- نماز سنت نبوی ﷺ کی روشنی میں (سوال جواب)۔
- 16- شرح عقائد نسفی

$$= \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \Delta ABC &= \sqrt{10(10-8)(10-6)(10-6)} \\ &= \sqrt{10 \times 2 \times 4 \times 4} \\ &= 2 \times 4\sqrt{5} \\ &= 8\sqrt{5} \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

مشق 8.2

1. ایک مثلث کے اضلاع کی مقداریں $53m, 60m$ اور $111m$ ہیں اس مثلثی علاقے کا رقبہ معلوم کریں۔
2. مندرجہ ذیل اضلاع والی مثلثوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔
(i) $13cm, 14cm, 15cm$ (ii) $5cm, 12cm, 13cm$ (iii) $103cm, 115cm, 13cm$
3. اگر مثلث ABC کے راسوں A, B, C کے متقابلہ اضلاع کی مقداریں بالترتیب a, b اور c ہوں اور مثلث کا احاطہ $2S$ ہو تو نیچے دیے گئے ہر سوال میں مطلوبہ مقداریں معلوم کیجیے۔
(i) $a = 5m, b = 7m, s = 9m, c = \underline{\hspace{2cm}}$ $\Delta ABC = \underline{\hspace{2cm}}$
(ii) $a = 10m, b = 8m, s = 12m, c = \underline{\hspace{2cm}}$ $\Delta ABC = \underline{\hspace{2cm}}$
(iii) $a = 3cm, s = 9.5cm, c = 9m, b = \underline{\hspace{2cm}}$ $\Delta ABC = \underline{\hspace{2cm}}$
(iv) $a = 3.5dm, b = 2.5dm, c = 4.5dm, s = \underline{\hspace{2cm}}$ $\Delta ABC = \underline{\hspace{2cm}}$

قومی ترانہ

پاک سر زمیں شاد باد کشورِ حسین شاد باد

تو نشانِ عزمِ عالیشان ارضِ پاکستان !

مرکزِ یقین شاد باد

پاک سر زمین کا نظام قوتِ اخوتِ عوام

قوم ، ملک ، سلطنت پائندہ تابندہ باد

شاد باد منزلِ مُراد

پرچم ستارہ و ہلال رہبرِ ترقی و کمال

ترجمانِ ماضی ، شانِ حال جانِ استقبال !

سایہٴ خدائے ذوالجلال

حفیظ جالندھری

